"karmaşık sayılar"ım sıfır diyenlere
"karmaşık sayılar"a sıfırdan başlamak isteyenlere

KARMAŞIK SAYILAR



Serdar GENÇER

KAREKÖK

İÇİNDEKİLER

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve 4 alıştırma sorusu yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

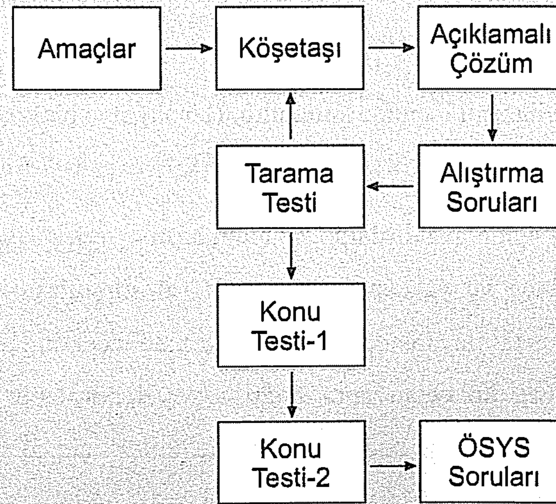
AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ALIŞTIRMA SORULARI açıklamalı çözüm bölümünden sonra verildi. Bu sorularla köşetaşının öğrencide oluşturduğu edimsel koşullanmayı pekiştirmek amaçlandı.

TARAMA TESTİ, her konunun sonunda köşetaşları ile birebir ilişkili olarak verildi. Bir konudaki köşetaşı sayısı ile tarama testinin soru sayısı birbirine eşittir. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır. Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTLERİ, selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet sürücüsünün selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI, öğrencinin hedefi olan bu soruları görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



bölüm numarası

5. bölümün 17. köşetaşı

5.17

bölümün (konunun) adı

köşetaşı

Her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşları oluşturulurken lise müfredatı dikkatle incelenmiş, sınırları belirlenmiştir. Üniversiteye giriş sınavı soruları; konu dağılımı, soru tipi ve seviyesi, öğrenciden istenen yaklaşım tarzları göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Köşetaşlarını özümseyerek çözen bir öğrencinin sınavda çıkmış ve çıkabilecek soruları çözebileceği kanaatindeyiz. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının somut bir dizin haline getirilmesidir.

açıklamalı çözüm

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM kısmında öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir bölümün (konunun) bu kısımlarında anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ARTIK!
"–ÇÖZMEK İSTEDİM,
AMA ÇÖZEMEDİM Kİ!"
deyip test çözmeyi bırakmak yok!!

karekök

Bu kısımdaki sorular köşetaşının benzerleridir. Açıklamalı çözüm kısmında da hem anlatım hem de çözüm yapıldığından
YUKARI BAK veee
SORUYU ÇÖZ!!

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

BÖLÜM 1

Karmaşık Sayılara Giriş

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. $\sqrt{-1} = i$ sayısını kavrar.
2. $\sqrt{-1} = i$ eşitliğini kullanarak $i^2 = -1$ eşitliğini kavrar.
3. i'nin kuvvetlerini hesaplar.
4. Karmaşık sayıyı tanımlar ve karmaşık sayının reel ve sanal kısmını bulur.
5. Karmaşık düzlemi tanımlar ve karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösterir.
6. Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma yapar.
7. Karmaşık sayılarda çarpma yapar.
8. Karmaşık sayıların eşitliğini kavrar.
9. z yerine $x + yi$ yazarak karmaşık sayıları eşitler.
10. $(1 + i)$ ve $(1 - i)$ sayılarının kuvvetlerini hesaplar.
11. Karmaşık sayının eşleniğini bulur.
12. Bir karmaşık sayıyla eşleniğinin çarpımını kavrar.
13. z yerine $x + yi$ ve $\bar{z}$ yerine $x - yi$ yazarak karmaşık sayıları eşitler.
14. Karmaşık sayılarda bölme yapar.
15. i'nin negatif kuvvetlerini hesaplar.
16. Karmaşık sayının çarpmaya ve toplamaya göre terslerini bulur.
17. Kökleri kompleks sayı olan ikinci dereceden denklemi çözer.
18. Karmaşık köklerinden biri verilen reel katsayılı II. dereceden denklemi bulur.

köşetaşı

$\sqrt{-36}-\sqrt{-9}-\sqrt{-1}$

işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

Sanal Sayı

Şu ana kadar hep reel sayılar kümesinde çalıştık. Hatırlarsak reel sayılar kümesinde $\sqrt{-1}$ sayısı tanımlı değildi. Yani kısaca $\sqrt{-1}$ bir reel sayı değildi. Sebebi ise reel sayılar kümesinde çift dereceden köklerin içerisine negatif sayıların gelmemesiydi. Ancak karmaşık sayılar kümesinde $\sqrt{-1}$ tanımlıdır ve karmaşık sayılar $\sqrt{-1}$ in üzerine kurulmuş bir sayı kümesidir.

Şimdi de, karmaşık sayılar kümesi için hayati bir önem taşıyan $\sqrt{-1}$ sayısının nasıl ifade edildiğini görelim.

Karmaşık sayılarda $\sqrt{-1}$ sayısını "i" harfi ile göstereceğiz.

$\sqrt{-1}=i$

Buna göre,

$\sqrt{-36}=\sqrt{36(-1)}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{-1}=6\cdot i=6i,$

$\sqrt{-9}=\sqrt{9\cdot(-1)}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{-1}=3\cdot i=3i,$

$\sqrt{-1}=i$ dir.

$\sqrt{-36}-\sqrt{-9}-\sqrt{-1}=6i-3i-i$

$=3i-i$

$=2i$ bulunur.

Bir Soru Daha

$\sqrt{-3}-\sqrt{-12}$

işleminin sonucu kaçtır?

$\sqrt{-3}=\sqrt{3\cdot(-1)}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{-1}=\sqrt{3}i$

$\sqrt{-12}=\sqrt{12\cdot(-1)}=\sqrt{12}\cdot\sqrt{-1}=\sqrt{12}i$

$\sqrt{3}i-\sqrt{12}i=\sqrt{3}i-2\sqrt{3}i$

$=-\sqrt{3}i$ olur.

Karmaşık Sayının Tarihçesi

Karmaşık sayıların tarihi çok eski değildir. MS 1500 ler civarında, fen bilimlerindeki gelişmelerden sonra bilim adamları negatif sayıların kareköklerini tanımlama ihtiyacı hissettiler. Descartes negatif sayıların kareköklerini "sanal sayılar" olarak isimlendirdi. Euler, sanal sayıları ifade etmek için, "imaginary" sözcüğünün baş harfi olan i sembolünü kullandı.

1. $\sqrt{-4}-\sqrt{4}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2 + 2i B) 2i – 2 C) 2i + 4 D) 0 E) 2(i – 2)

2. $\sqrt{-1}-i+2\sqrt{-4}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) i B) 2i C) 3i D) 4i E) 5i

3. $\sqrt{-64}+\sqrt{-81}$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 14i B) 15i C) 16i D) 17i E) 18i

4. $2i-\sqrt{-5}+\sqrt{-20}-\sqrt{-4}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\sqrt{5}i$ B) –i C) i D) $\sqrt{5}i$ E) $\sqrt{15}i$

karekök

B D D D

köşetaşı

$2i\cdot 3i-\sqrt{-16}\cdot\sqrt{-25}$

işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

Karmaşık sayılardaki en önemli olgunun $i=\sqrt{-1}$ olduğunu öğrendik.

Bu eşitlikte her iki tarafın karesini alırsak;

$(i)^2=(\sqrt{-1})^2$ ise $i^2=-1$ olur.

Karmaşık sayılarla beraber matematik bilgilerimizde iki önemli değişiklik olmuştur. Bunlar;

1. Karekökün içerisinde negatif bir sayı olamazdı, ama sayı karmaşık sayıysa olabiliyor. ($\sqrt{-1}=i$)
2. Bir sayının karesi negatif bir sayı olamazdı, ama sayı karmaşık sayıysa olabiliyor. ($i^2=-1$)

Artık soruyu çözebiliriz.

$2i\cdot 3i-\sqrt{-16}\cdot\sqrt{-25}=2\cdot 3\cdot i\cdot i-\sqrt{16}\cdot\sqrt{-1}\cdot\sqrt{25}\cdot\sqrt{-1}$

$=6\cdot i^2-4i\cdot 5i$

$=6\cdot i^2-4\cdot 5\cdot i\cdot i$

$=6\cdot i^2-20\cdot i^2$

$=6\cdot(-1)-20\cdot(-1)$

$=-6-(-20)=-6+20=14$ bulunur.

DİKKAT AŞAĞIDAKİ HATAYI BULUNUZ

$\sqrt{-16}\cdot\sqrt{-25}=\sqrt{(-16)(-25)}$

$=\sqrt{16\cdot 25}$

$=4\cdot 5$

$=20$

(Aynı kökte çarpma işlemi reel sayılara has bir özelliktir. Reel olmayan sayılarda aynı kökte çarpamayız.)

1. $i\cdot 2i$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) –2i B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

2. $\sqrt{-4}\cdot 3i$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –6 B) –3 C) 3 D) 6 E) 3i

3. $\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-8}+3i^2$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –4 B) –5 C) –6 D) –7 E) –8

4. $i\cdot 2i\cdot 3i\cdot 4i$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –12 B) 12 C) –24 D) 24 E) 24i

karekök

B A D D

köşetaşı

$i^6 + i^{29} + i^{47} + i^{56}$

toplamının sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

i'nin Kuvvetleri

$\sqrt{-1} = i$ olmak üzere;

$i^1 = i$	$i^5 = i^4 \cdot i^1 = 1 \cdot i = i$	$i^9 = i^8 \cdot i^1 = 1 \cdot i = i$
$i^2 = -1$	$i^6 = i^4 \cdot i^2 = 1 \cdot (-1) = -1$	$i^{10} = i^8 \cdot i^2 = 1 \cdot (-1) = -1$
$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$	$i^7 = i^4 \cdot i^3 = 1 \cdot (-i) = -i$	$i^{11} = i^8 \cdot i^3 = 1 \cdot (-i) = -i$
$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$	$i^8 = i^4 \cdot i^4 = 1 \cdot 1 = 1$	$i^{12} = i^8 \cdot i^4 = 1 \cdot 1 = 1$

olur. Görüldüğü gibi i nin kuvvetleri; 1, i, –1, –i değerlerinden birine eşit olmaktadır.

i nin kuvveti 4 ile bölündüğünde

kalan 0 ise, değeri 1 dir. ($i^0 = i^4 = i^8 = i^{12} = i^{16} = ... = i^{4n} = 1$ dir.)

kalan 1 ise, değeri i dir. ($i^1 = i^5 = i^9 = i^{13} = i^{17} = ... = i^{4n+1} = i$ dir.)

kalan 2 ise, değeri –1 dir. ($i^2 = i^6 = i^{10} = i^{14} = i^{18} = ... = i^{4n+2} = -1$ dir.)

kalan 3 ise, değeri –i dir. ($i^3 = i^7 = i^{11} = i^{15} = i^{19} = ... i^{4n+3} = -i$ dir.)

O halde;

6 nın 4 ile bölümünden kalan 2 olduğundan $i^6 = i^2 = -1$ dir.

29 un 4 ile bölümünden kalan 1 olduğundan $i^{29} = i^1 = i$ dir.

47 nin 4 ile bölümünden kalan 3 olduğundan $i^{47} = i^3 = -i$ dir.

56 nın 4 ile bölümünden kalan 0 olduğundan $i^{56} = i^0 = 1$ dir.

$i^6 + i^{29} + i^{47} + i^{56} = -1 + i + (-i) + 1 = 0$ bulunur.

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$i^{61} + i^{39}$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) 0 B) i C) 2 D) 2i E) –i

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$i^{2009} + i^{2010} - i^{2011}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) i – 1 B) i + 1 C) 2i – 1 D) 2i + 1 E) 3i

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$P(x) = 2x^7 + 3x^{10} - x^6 + 5x$

olduğuna göre, $P(i^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$i + i^2 + i^3 + i^4 + ... + i^{90}$

toplama işleminin sonucu kaçtır?

(İlk dört terimi toplayalım..)

A) –1 B) –i C) –1 + i D) 1 + i E) 0

kareköк

A	C	B	C

köşetaşı

Aşağıda verilen karmaşık sayıların reel (gerçel) kısmını ve imajiner (sanal) kısmını bulunuz.

1) $z_1 = 3 + 2i$ 2) $z_2 = 2 - i$ 3) $z_3 = 5$ 4) $z_4 = -3i$

5) $z_5 = 2i - 5$ 6) $z_6 = \sqrt{16} + \sqrt{-25}$ 7) $w = 2i \cdot 3i - 2$ 8) $u = \sqrt{-4} + \sqrt{-3}\, i$

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayı

a, b ∈ R ve $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, a + bi şeklindeki sayılara karmaşık (kompleks) sayılar denir.

- Karmaşık sayılar kümesi C ile gösterilir.
- Karmaşık sayıları gösterirken genellikle z harfini kullanırız. Bazen w veya u gibi harfler de kullanılır.
- a, b ∈ R olmak üzere z = a + bi karmaşık sayısında a karmaşık sayının reel (gerçel) kısmıdır, i nin katsayısı olan b ise karmaşık sayının imajiner (sanal) kısmıdır.

a, b ∈ R olmak üzere z = a + bi karmaşık sayısında

Re(z) = a

Im(z) = b şeklinde gösterilir.

ÇOK ÖNEMLİ

z = a + bi karmaşık sayısında b = 0 olduğunda z = a olur. Yani bütün reel sayılar aynı zamanda bir karmaşık sayıdır, fakat bunun tersini söyleyemeyiz. Bu yüzden reel sayılar kümesi karmaşık sayılar kümesinin alt kümesidir. (R ⊂ C)

1) $z_1 = 3 + 2i \Rightarrow Re(z_1) = 3$ ve $Im(z_1) = 2$

2) $z_2 = 2 - i \Rightarrow z_2 = 2 - 1i \Rightarrow Re(z_2) = 2$ ve $Im(z_2) = -1$

3) $z_3 = 5 \Rightarrow z_3 = 5 + 0i \Rightarrow Re(z_3) = 5$ ve $Im(z_3) = 0$

4) $z_4 = -3i \Rightarrow z_4 = 0 - 3i \Rightarrow Re(z_4) = 0$ ve $Im(z_4) = -3$

5) $z_5 = 2i - 5 \Rightarrow z_5 = -5 + 2i \Rightarrow Re(z_5) = -5$ ve $Im(z_5) = 2$

6) $z_6 = \sqrt{16} + \sqrt{-25} \Rightarrow z_6 = 4 + \sqrt{25 \cdot (-1)} = 4 + 5i \Rightarrow Re(z_6) = 4$ ve $Im(z_6) = 5$

7) $w = 2i \cdot 3i - 2 \Rightarrow w = 6i^2 - 2 = 6 \cdot (-1) - 2 = -8 \Rightarrow Re(w) = -8$ ve $Im(w) = 0$

8) $u = \sqrt{-4} + \sqrt{-3}\, i \Rightarrow \sqrt{4 \cdot (-1)} + \sqrt{3 \cdot (-1)} \cdot i = 2i + \sqrt{3}\, i \cdot i = 2i - \sqrt{3} \Rightarrow Re(u) = -\sqrt{3}$ ve $Im(u) = 2$

1. z = 1 + 2i karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, Re(z) – Im(z) işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $z = \sqrt{-25}$

karmaşık sayısının reel kısmı a, sanal kısmı b dir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) –5 B) –2 C) 0 D) 2 E) 5

3. Reel kısmı –4 ve sanal kısmı 3 olan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3i – 4 B) –4 – 3i C) 3 + 4i D) 4 – 3i E) 4 + 3i

4. $z = \frac{2i - 5}{6}$

olduğuna göre, Re(z)·Im(z) çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{5}{18}$ B) $-\frac{5}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{5}{18}$

kareköк

B	E	A	A

köşetaşı

$z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = -5$ ve $z_4 = 3i$

karmaşık sayılarını karmaşık düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

Karmaşık Düzlem

Reel sayılar sadece reel kısımdan oluştuğundan, reel sayıları sayı doğrusunda gösterebiliriz. Fakat karmaşık sayıların reel (gerçel) kısım ve sanal (imajiner) kısım olmak üzere iki bileşeni olduğundan, karmaşık sayıları koordinat sisteminde (analitik düzlemde) gösterebiliyoruz. Karmaşık sayıları gösterebildiğimiz koordinat sistemine de "karmaşık düzlem" diyoruz.

Koordinat sisteminin x ekseni, karmaşık düzlemin reel (gerçel) ekseni

Koordinat sisteminin y ekseni, karmaşık düzlemin sanal (imajiner) ekseni olacaktır.

$z_1 = 2 + 3i \Rightarrow Re(z_1) = 2$ ve $Im(z_1) = 3$,

karmaşık düzlemde (2, 3) noktasını işaretleriz.

$z_2 = 2 - i \Rightarrow Re(z_2) = 2$ ve $Im(z_2) = -1$,

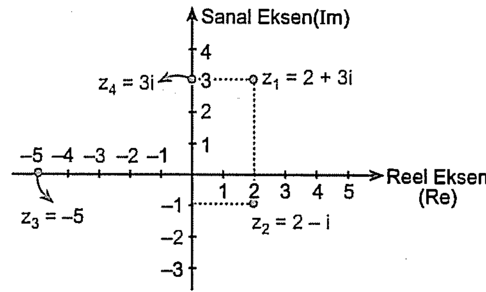
karmaşık düzlemde (2, –1) noktasını işaretleriz.

$z_3 = -5 + 0 \cdot i \Rightarrow Re(z_3) = -5$ ve $Im(z_3) = 0$,

karmaşık düzlemde (–5, 0) noktasını işaretleriz.

$z_4 = 0 + 3i \Rightarrow Re(z_4) = 0$ ve $Im(z_4) = 3$,

karmaşık düzlemde (0, 3) noktasını işaretleriz.



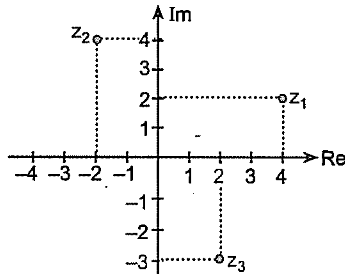
1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z = 1 + 3i$

karmaşık sayısının karmaşık düzlemdeki karşılığı aşağıdaki noktalardan hangisidir?

A) (–1, 3) B) (1, 3) C) (3, 1) D) (3, –1) E) (4, 3)

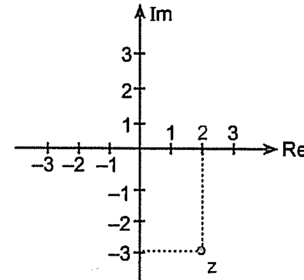
2.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde verilen z_1, z_2 ve z_3 karmaşık sayıları için $Re(z_1) + Im(z_2) - Im(z_3)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

3.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde verilen z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –3 + 2i B) –2 + 3i C) –3i + 2 D) 2 + 3i E) 3 + 2i

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z_1 = -4i$ ve $z_2 = 2 + i$ karmaşık sayıları veriliyor.

z_1 in x eksenine olan uzaklığı a br, z_2 nin y eksenine olan uzaklığı b br olduğuna göre, a + b kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

karekök

B D C E

köşetaşı

$z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = -2 + i$ ve $z_3 = -3i$ karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre,

a) $z_1 + z_2$ toplamı kaçtır?

b) $z_1 + z_3 - z_2$ işleminin sonucu kaçtır?

c) $(z_1 - z_2) + 2i - (z_2 + z_3) + 3$ işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayılarda Toplama ve Çıkarma

Karmaşık sayılar toplanırken (veya çıkarılırken) reel kısımlar kendi aralarında ve sanal kısımlar kendi aralarında toplanır (veya çıkarılır).

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = x + yi$ olsun.

$z_1 + z_2 = a + bi + x + yi = a + x + bi + yi = a + x + (b + y)i$

$z_1 - z_2 = a + bi - (x + yi) = a + bi - x - yi = a - x + (b - y)i$ dir.

a) $z_1 + z_2 = 3 - 2i + (-2 + i) = 3 - 2 - 2i + i = 1 - i$ bulunur.

b) $z_1 + z_3 - z_2 = 3 - 2i + (-3i) - (-2 + i)$
$= 3 - 2i - 3i + 2 - i$
$= 3 + 2 - 2i - 3i - i = 5 - 6i$ bulunur.

c) $(z_1 - z_2) + 2i - (z_2 + z_3) + 3 = (3 - 2i - (-2 + i)) + 2i - (3 - 2i + (-3i)) + 3$
$= (3 - 2i + 2 - i) + 2i - (3 - 2i - 3i) + 3$
$= 5 - 3i + 2i - (3 - 5i) + 3$
$= 5 - 3i + 2i - 3 + 5i + 3$
$= 5 - 3 + 3 - 3i + 2i + 5i$
$= 5 + 4i$ bulunur.

1. $1 + i + 2 + 2i + 3$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 6 + 6i B) 6 + 3i C) 3 + 6i D) 3 + 3i E) 6 + 4i

2. $z = -3 + 4i$

$z_1 = 2i + 3 - z$

olduğuna göre, $Re(z_1) - Im(z_1)$ farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $z_1 = \sqrt{-4} + i$, $z_2 = \sqrt{9} - \sqrt{-16} + 2 - i$

olduğuna göre, $Re(z_1 + z_2) + Im(z_1 - z_2)$ toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

4. $z_1 = i^4 + i^5 + i^6 + ... + i^{14}$

$z_2 = \sqrt{-25} + i^6 - 2$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

karekök

B E D A

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z_1 = 2 + 5i$ ve $z_2 = 3 - 2i$

olduğuna göre, aşağıdaki işlemleri yapınız.

1) $3 \cdot z_1$ 2) $2i \cdot z_2$ 3) $z_1 \cdot z_2$ 4) z_1^2

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayılarda Çarpma

Çarpma işlemi yaparken çarpma işleminin toplama veya çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinden yararlanılır.

1) $3 \cdot z_1 = 3 \cdot (2 + 5i) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5i = 6 + 15i$

2) $2i \cdot z_2 = 2i \cdot (3 - 2i) = 2i \cdot 3 - 2i \cdot 2i = 6i - 4i^2 = 6i - 4 \cdot (-1) = 6i + 4$

3) $z_1 \cdot z_2 = (2 + 5i)(3 - 2i) = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 2i + 5i \cdot 3 - 5i \cdot 2i$

$= 6 - 4i + 15i - 10i^2$

$= 6 + 11i - 10 \cdot (-1)$

$= 6 + 11i + 10 = 16 + 11i$

4) $z_1^2 = (2 + 5i)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5i + (5i)^2 = 4 + 20i + 25i^2$

$= 4 + 20i - 25$

$= -21 + 20i$

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$2i \cdot (i - 3)$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2 + 6i$ B) $-2 - 6i$ C) $2 - 6i$ D) $2 + 6i$ E) $-6 - 2i$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z_1 = 2 - i$ ve $z_2 = 3 + 2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8 + i$ B) $4 + 2i$ C) $4 - 2i$ D) $1 + 8i$ E) $1 - 8i$

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(\sqrt{-3} + 2)(\sqrt{-12} - 1)$

çarpma işleminin reel kısmı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -10 B) -8 C) -6 D) -4 E) -2

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(1 + i)(1 + i^3)(1 + i^5)$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - 2i$ B) $2 - i$ C) $2 + i$ D) $2 + 2i$ E) $2i$

B | A | B | D

köşetaşı

a ve b reel (gerçel) sayılar olmak üzere,

$z_1 = a - 2 + 2i$

$z_2 = -4 + 3i - bi$

karmaşık sayıları birbirine eşit olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayıların Eşitliği

İki karmaşık sayının eşit olabilmesi için, karşılıklı olarak reel ve sanal kısımları birbirine eşit olmalıdır.

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = x + yi$ olsun. ($a, b, x, y \in R$)

$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a + bi = x + yi \Leftrightarrow a = x$ ve $b = y$ dir.

Şimdi soruyu çözebiliriz,

$z_1 = a - 2 + 2i$

$z_2 = -4 + 3i - bi = -4 + (3 - b)i$

$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a - 2 + 2i = -4 + (3 - b)i$

$a - 2 = -4$ ve $2 = 3 - b$,

$a = -2$ ve $b = 1$ olur.

$a + b = -2 + 1 = -1$ bulunur.

Bir Soru Daha

$a + 4 + (b - 2)i = 3$

olduğuna göre, a – b kaçtır?

$a + 4 + (b - 2)i = 3 + 0 \cdot i$

$a + 4 = 3$ ve $b - 2 = 0$

$a = -1$ ve $b = 2$ olur.

$a - b = -1 - 2 = -3$ bulunur.

1. **Reel kısmı ve sanal kısmı reel sayı olan aşağıdaki karmaşık sayılar için hangisi yanlıştır?**

A) $a + bi = -2 + 4i \Rightarrow a = -2$ ve $b = 4$

B) $a + 2i = -1 + (b - 1)i \Rightarrow a = -1$ ve $b = 3$

C) $a + bi = 3 \Rightarrow a = 3$ ve $b = 0$

D) $a + bi = -2i \Rightarrow a = 0$ ve $b = -2$

E) $-2a + bi = 4i \Rightarrow a = -2$ ve $b = 0$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$2i \cdot (i + 5) = a + i(b + i)$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. x ve y reel (gerçel) sayılar olmak üzere,

$z_1 = x + y + 2xi - yi$

$z_2 = 4 - y + 3xi + i$

$z_1 = z_2$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -2 D) 0 E) 2

4. x ve y reel sayı olmak üzere,

$x - 3y + 2 + (2x + y + 4)i = 0$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

E | D | A | B

köşetaşı

x ve y reel sayılar olmak üzere,

$z = x + iy$

$2i - z = 4 + i(3 - 2i)$

olduğuna göre, Re(z) + Im(z) toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Karmaşık sayıların eşitliği ile ilgili sorularda z eşitliğin içerisinde kullanılmış ise z yerine x + yi yazarak reel ve imajiner kısımları eşitleriz.

$z = x + iy$ olsun.

$2i - z = 4 + i(3 - 2i) \Rightarrow 2i - (x + iy) = 4 + i(3 - 2i)$

$2i - x - iy = 4 + 3i - 2 \cdot i^2$

$-x + 2i - iy = 4 + 3i + 2$

$-x + (2 - y)i = 6 + 3i$

$-x = 6$ ve $2 - y = 3$

$x = -6$ ve $y = -1$ olur.

$z = -6 - i$ ise $Re(z) + Im(z) = -6 - 1 = -7$ bulunur.

Bir Soru Daha

$z + 2i + Re(z) = 4 - Im(z)$

olduğuna göre, z yi bulunuz.

$z = x + yi$ olsun.

$\Rightarrow 2x + i(y + 2) = 4 - y$

$\Rightarrow 2x = 4 - y$ ve $y + 2 = 0$

$\Rightarrow y = -2$ ve $2x = 4 - (-2)$

$\Rightarrow y = -2$ ve $x = 3$ tür.

$\Rightarrow z = 3 - 2i$ olur.

1. a ve b reel (gerçel) sayılar olmak üzere,

$z = a + bi$

$z + 2 - i = 3 + 4i$

olduğuna göre, a – b kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

2. x ve y reel sayılar olmak üzere,

$z = x + iy$

$i \cdot z + 3 = -4i + 1$

olduğuna göre, Im(z) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. x ve y reel sayılardır.

$z = x - yi$

$2i \cdot z + 3 = 2i - 5$

olduğuna göre, Im(–z) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

4. x ve y gerçel sayılar olmak üzere,

$z = x + yi$

$(2i - 1) \cdot z + 2 + 3i = -2i + 1 - z$

olduğuna göre, Re(z) – Im(z) farkı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

karekök

B B A A

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

aşağıdaki işlemleri yapınız.

1) $(1 + i)^{12}$ **2)** $(1 - i)^{15}$ **3)** $(1 - i)^4 + (1 + i)^5$

açıklamalı çözüm

$(1 + i)^2$ ve $(1 - i)^2$ sayıları sırasıyla 2i ve –2i ye eşittir.

$(1 + i)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$ yani $(1 + i)^2 = 2i$ dir.

$(1 - i)^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot i + i^2 = 1 - 2i - 1 = -2i$ yani $(1 - i)^2 = -2i$ dir.

1) $(1 + i)^{12} = ((1 + i)^2)^6 = (2i)^6 = 2^6 \cdot i^6 = 2^6 \cdot i^2 = 2^6 \cdot (-1) = -2^6 = -64$ bulunur.

2) $(1 - i)^{15} = (1 - i)^{14} \cdot (1 - i) = ((1 - i)^2)^7 \cdot (1 - i) = (-2i)^7 \cdot (1 - i)$

$= -2^7 \cdot i^7 \cdot (1 - i)$

$= -2^7 \cdot i^3 \cdot (1 - i)$

$= -2^7 \cdot (-i) \cdot (1 - i) = 2^7 \cdot i \cdot (1 - i)$

$= 2^7 \cdot (i - i^2) = 2^7 \cdot (i + 1)$ bulunur.

3) $(1 - i)^4 + (1 + i)^5 = ((1 - i)^2)^2 + ((1 + i)^2)^2 \cdot (1 + i) = (-2i)^2 + (2i)^2 \cdot (1 + i)$

$= 4i^2 + 4i^2 \cdot (1 + i)$

$= -4 + (-4)(1 + i) = -4 - 4 - 4i$

$= -8 - 4i$ bulunur.

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(1 + i)^2 + (1 - i)^2$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –4i B) –2i C) 0 D) 2i E) 4i

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(1 + i)^6$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –8i B) –4 C) 0 D) 4i E) 8i

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(1 + i)^5 - (1 - i)^5$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –8i B) –4 – 4i C) –4i D) 4 – 4i E) 8i

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$f(x) = (x + 1)^{16}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(–i) + f(i) toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2^5 B) 2^6 C) 2^7 D) 2^8 E) 2^9

karekök

C A A E

köşetaşı

Aşağıdaki karmaşık sayıların eşleniklerini bulunuz.

1) $z = 3 + 4i$ 2) $w = 2 - 3i$ 3) $u = 2i$ 4) $v = -5$

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayının Eşleniği

Bir karmaşık sayının eşleniğini bulurken sanal kısmının işaretini değiştiririz. Örneğin $1 + 2i$ karmaşık sayısının eşleniği $1 - 2i$ dir veya $-5 - 6i$ karmaşık sayısının eşleniği $-5 + 6i$ dir.

z karmaşık sayısının eşleniği $\overline{z}$ ile gösterilir.

$z = a + bi$ ise $\overline{z} = \overline{a + bi} = a - bi$ dir.

1) $z = 3 + 4i$ ise $\overline{z} = 3 - 4i$ dir.

2) $w = 2 - 3i$ ise $\overline{w} = 2 + 3i$ dir.

3) $u = 2i$ ise $\overline{u} = -2i$ dir.

4) $v = -5$ ise $\overline{v} = -5$ tir.

Bir Soru Daha

$z_1 = 2i - 3$

$z_2 = -3i + 4$

olduğuna göre, $\overline{z}_1 + \overline{z}_2$ toplamı kaçtır?

$z_1 = 2i - 3 \Rightarrow \overline{z}_1 = -2i - 3$

$z_2 = -3i + 4 \Rightarrow \overline{z}_2 = 3i + 4$

(Dikkat edelim, aradaki işaret değil de sanal kısmın işareti değişiyor.)

$\overline{z}_1 + \overline{z}_2 = -2i - 3 + 3i + 4$

$= i + 1$ olur.

1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $z_1 = 1 - 2i$ ise $\overline{z}_1 = 1 + 2i$ dir.

B) $z_2 = -2 + 3i$ ise $\overline{z}_2 = -2 - 3i$ dir.

C) $z_3 = -5i$ ise $\overline{z}_3 = 5i$ dir.

D) $z_4 = 2$ ise $\overline{z}_4 = -2$ dir.

E) $z_5 = i - 5$ ise $\overline{z}_5 = -i - 5$ tir.

2. $z = 3 - 4i$

olduğuna göre, $-\overline{z}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-3 - 4i$ B) $-3 + 4i$ C) $3 - 4i$ D) $3 + 4i$ E) $3i - 4$

3. $z = \dfrac{-4 + 5i}{2}$

olduğuna göre, z nin eşleniğinin sanal kısmı kaçtır?

A) −9 B) −2,5 C) −1 D) 2,5 E) 4,5

karekök

4. x ve y reel sayı olmak üzere,

$z = 2 + i - x + yi$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, $\text{Im}(\overline{z}) + \text{Re}(z)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + y - 1$ B) $x - y + 1$ C) $y - x - 1$ D) $1 + y + x$ E) $1 - y - x$

D A B E

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

aşağıdaki işlemleri yapınız.

1) $(2 - i)(2 + i)$ 2) $(-2 + \sqrt{3}\,i)(-2 - \sqrt{3}\,i)$ 3) $(1 - i)^4(1 + i)^5$

açıklamalı çözüm

Bir Karmaşık Sayının Eşleniğiyle Çarpımı

Bu köşetaşında bir karmaşık sayı ile bu karmaşık sayının eşleniğinin çarpımının kolay yolunu göstereceğiz.

$z = a + bi$ olsun.

$z \cdot \overline{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 - abi + abi - b^2i^2 = a^2 + b^2$

Yani,

$z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2$

1) $(2 - i)(2 + i) = 2^2 + (-1)^2 = 4 + 1 = 5$ olur.

2) $(-2 + \sqrt{3}\,i)(-2 - \sqrt{3}\,i) = (-2)^2 + (\sqrt{3})^2 = 4 + 3 = 7$ olur.

3) $(1 - i)^4(1 + i)^5 = (1 - i)^4 \cdot (1 + i)^4 \cdot (1 + i)^1$

$= ((1 - i)(1 + i))^4 \cdot (1 + i)$

$= (1^2 + (-1)^2)^4 \cdot (1 + i)$

$= 2^4 \cdot (1 + i)$ veya $16 \cdot (1 + i) = 16 + 16i$ olur.

Bir Soru Daha

$z \in C$ ve $\overline{z}$, z nin eşleniğidir.

Buna göre, $z \cdot \overline{z}$ sayısı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Karmaşık sayıdır.

B) Reel sayıdır.

C) Sanal kısmı 0 dır.

D) $z \cdot \overline{z} \geq (Re(z))^2$

E) $z \cdot \overline{z} + 1 = 0$ olabilir.

Cevap E

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(3 - i)(3 + i)$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 7 C) 9 D) 10 E) 14

2. $z = 1 + 2\sqrt{3}\,i$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, $z \cdot \overline{z}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 7 B) 10 C) 13 D) 16 E) 19

karekök

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(\sqrt{3} - 2i) \cdot i \cdot (\sqrt{3} + 2i)$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3i C) 5 D) 7 E) 7i

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$(\sqrt{2} + \sqrt{5}i)^4 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{5}\,i)^4$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2^4 B) 3^4 C) 5^4 D) 7^4 E) 9^4

D C E D

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$2 - z = (1 - i)\cdot\bar{z}$

eşitliği sağlayan z karmaşık sayısını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Buna benzer bir soruyu eşlenik öğrenmeden önce yapmıştık. z yerine x + yi yazarak reel ve sanal kısımları birbirine eşitliyorduk. Burada da z = x + yi olduğundan $\bar{z}$ yerine de x – yi yazarak reel ve sanal kısımları birbirine eşitleriz.

z = x + yi olsun.

$2 - z = (1 - i)\cdot\bar{z}$

$2 - (x + yi) = (1 - i)(x - yi)$

$2 - x - yi = x - yi - xi + i^2\cdot y$

$2 - x - yi = x - yi - xi - y$

$2 - x - yi = x - y + (-y - x)i$

Karmaşık sayıların eşitliğinden 2 – x = x – y ve –y = –y – x tir.

$-y = -y - x \Rightarrow x = 0$ dır.

$2 - x = x - y \Rightarrow 2 - 0 = 0 - y \Rightarrow y = -2$ dir.

O halde,

z = x + yi = 0 + (–2) i = –2i bulunur.

Bir Soru Daha

$z - \bar{z} = -6i$ olduğuna göre, Im(z) kaçtır?

z = x + yi olsun.

$x + yi - (x - yi) = -6i$

$x + yi - x + yi = -6i$

$2yi = -6i \Rightarrow y = -3$ olur.

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z + 2 + 3i = 2\cdot\bar{z}$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, Re(z)·Im(z) çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. z bir karmaşık sayı, b bir reel sayı olmak üzere,

$z + \bar{z} = 8 + (b - 2)i$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, Re(z) + b toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $z - i = (3\bar{z} + i)i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) 0 E) 1

4. $z\cdot\bar{z} - 2\cdot(\bar{z} - z) = 13 + 12i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının toplamı kaçtır?

A) 3i B) 3i + 6 C) 4i D) 5i – 3 E) 6i

karekök

A C C E

köşetaşı

Aşağıdaki bölme işlemlerini yaparak elde edilen karmaşık sayının reel kısmını ve sanal kısmını bulunuz.

1) $\frac{1-i}{2+i}$ 2) $\frac{1}{2-3i}$ 3) $\left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{-1}$

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayılarda Bölme

Karmaşık sayılarda bölme yaparken paydadaki i li ifadelerden kurtulmamız gerekir. Bunun için de köklü sayılarda yaptığımız gibi payı ve paydayı paydanın eşleniği ile çarparız.

1) $\underset{(2-i)}{\frac{1-i}{2+i}} = \frac{(1-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{2-i-2i+i^2}{2^2+1^2} = \frac{2-3i-1}{5} = \frac{1-3i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$

2) $\underset{(2+3i)}{\frac{1}{2-3i}} = \frac{1\cdot(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{2+3i}{2^2+(-3)^2} = \frac{2+3i}{13} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}\cdot i$

3) $\left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{-1} = \underset{(2+i)}{\frac{1+2i}{2-i}} = \frac{(1+2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i+4i+2i^2}{2^2+(-1)^2} = \frac{2+5i-2}{5} = \frac{5i}{5} = i$

1. $\frac{2-i}{1+i}$

kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2+i}{2}$ B) $\frac{3-i}{2}$ C) $\frac{1-3i}{2}$ D) $\frac{1+3i}{2}$ E) $\frac{3i-1}{2}$

2. $\frac{1}{3+i}$

sayısının sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{10}$ D) 0 E) $-\frac{1}{10}$

3. z = 2 + i ve u = 3i karmaşık sayıları veriliyor.

$\frac{\bar{z}\cdot\bar{u}}{1-2i}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{6+i}{5}$ B) $\frac{6-9i}{5}$ C) $\frac{9-12i}{5}$ D) $\frac{12-9i}{5}$ E) 2 – 3i

4. $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i B) –1 C) 0 D) i E) 1

karekök

C E C C

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$i^{-1} + i^{-2} + i^{-15} - i^{-102}$

işleminin sonucu kaçtır?

açıklamalı çözüm

i'nin Negatif Kuvveti

3. köşetaşında i'nin pozitif kuvvetlerini nasıl bulabileceğimizi öğrenmiştik. Bu köşetaşında da karmaşık sayılarda bölme işlemini kullanarak i'nin negatif kuvvetlerini bulmayı öğreneceğiz.

$$i^{-1} = \frac{1}{\underset{(-i)}{i}} = \frac{-i}{-i^2} = \frac{-i}{1} = -i$$

$$i^{-2} = \frac{1}{i^2} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$i^{-15} = \frac{1}{i^{15}} = \frac{1}{i^3} = \frac{1}{\underset{(i)}{-i}} = \frac{i}{-i^2} = \frac{i}{1} = i$$

$$i^{-102} = \frac{1}{i^{102}} = \frac{1}{i^2} = \frac{1}{-1} = -1$$

Daha Pratik :)

$i^{-74} + i^{-98}$ toplamı kaçtır?

$i^{-74} = i^{-74} \cdot i^{76} = i^2 = -1$

$i^{-98} = i^{-98} \cdot i^{100} = i^2 = -1$

$i^{-74} + i^{-98} = (-1) + (-1) = -2$ olur.

- *i'nin negatif kuvvetlerini bulurken $i^{4n}(=1)$ ile çarparak kuvveti pozitif yapabiliriz.*

O halde,

$i^{-1} + i^{-2} + i^{-15} - i^{-102} = (-i) + (-1) + i - (-1) = -i - 1 + i + 1 = 0$ bulunur.

1. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$i^{-98} + i^{98}$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2i$ B) -2 C) $-i$ D) -1 E) 0

2. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$i^{-307} \cdot i^{308}$

çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(Tabanları eşit olan üslü sayılar çarpılırken üsler toplanır.)

A) $-i$ B) -1 C) 0 D) i E) 1

3. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$$\frac{i^{-1001} + i^{1000}}{i^{-2012} + i^{2011}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-i$ B) -1 C) 0 D) 1 E) i

4. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$f(x) = 2x^{15} + 3x^{12} - x^{-12} + x^{-15}$

olduğuna göre, $f(i^3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-3i$ B) $2 - i$ C) 1 D) $2 + i$ E) $3i$

karekök

B | D | D | D

köşetaşı

1) $z = 3 + 4i$

karmaşık sayısının çarpmaya göre tersini bulunuz.

2) $w = 2 + 3i$

karmaşık sayısının toplamaya göre tersini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir Karmaşık Sayının Çarpmaya ve Toplamaya Göre Tersi

z karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi $z^{-1} = \frac{1}{z}$ dir.

Örneğin; $z = a + bi$ karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi $(a + bi)^{-1} = \frac{1}{a+bi}$ dir.

$z = \frac{a+bi}{c+di}$ karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi $\left(\frac{a+bi}{c+di}\right)^{-1} = \frac{c+di}{a+bi}$ dir.

z karmaşık sayısının toplamaya göre tersi $-z$ dir.

Örneğin; $z = a + bi$ karmaşık sayısının toplamaya göre tersi $-z = -(a + bi) = -a - bi$ dir.

1) $z = 3 + 4i$ karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi,

$$z^{-1} = (3+4i)^{-1} = \frac{1}{\underset{(3-4i)}{3+4i}} = \frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3-4i}{3^2+4^2} = \frac{3-4i}{25} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i \text{ olur.}$$

2) $w = 2 + 3i$ karmaşık sayısının toplamaya göre tersi,

$-w = -(2 + 3i) = -2 - 3i$ olur.

1. $z = 2 - 2i$

karmaşık sayısının çarpmaya göre tersinin sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $z = -3i + 5$

karmaşık sayısının toplamaya göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-5 + 3i$ B) $5 - 3i$ C) $-5 - 3i$ D) $3 - 5i$ E) $3 + 5i$

3. $z = 4 - 2i$

karmaşık sayısının çapmaya göre tersi w, toplamaya tersi u karmaşık sayısıdır.

Buna göre $u \cdot w$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $2 + i$ B) 1 C) $1 - 2i$ D) -1 E) $-4 + 2i$

4. $z = \frac{1+i}{3-i}$

karmaşık sayısının çarpmaya göre tersinin eşleniğinin sanal kısmı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

D | A | D | E

köşetaşı

$x^2 - 4x + 5 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

İkinci Dereceden Denklemin Karmaşık Kökleri

Çarpanlarına ayıramadığımız II. dereceden denklemlerin köklerini diskriminant yardımıyla buluruz.

$x^2 - 4x + 5 = 0$ denkleminde a = 1, b = –4, c = 5 tir.

$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$

$\Delta = 16 - 20 = -4$ tür.

$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \mp \sqrt{-4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \mp 2i}{2} = 2 \mp i$

$x_1 = 2 + i$ ve $x_2 = 2 - i \Rightarrow$ Ç.K. = {2 + i, 2 – i} olur.

HATIRLAYALIM

$ax^2 + bx + c = 0$

II. derece denkleminde,

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$

Sonuç olarak;

Diskriminantı (Δ) negatif bir sayı olan reel katsayılı II. dereceden denklemlerin;

- Kökleri birer karmaşık sayıdır.
- Kökleri birbirinin eşleniğidir. (Köklerinden biri a + bi olan reel katsayılı II. dereceden bir denklemin diğer kökü a – bi dir. Yukarıda verilen örnekte de köklerden biri 2 + i iken diğeri 2 – i dir.)

1. $x^2 - 2x + 2 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1 + i, 1 – i}
B) {2 + 3i, 2 – 3i}
C) {1 + 2i, 1 – 2i}
D) {–i, i}
E) {2 – 2i, 2 + 2i}

2. $x^2 + 9 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1 – 2i, 1 – 2i}
B) {1 + i, 1 – i}
C) {2i, –2i}
D) {3i, –3i}
E) {–3, 3}

3. $x^2 - 6x + 10 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $Im(x_1) + Im(x_2)$ toplamı kaçtır?

A) –1 B) –i C) 0 D) i E) 2

4. Köklerinden biri $2 - \sqrt{-9}$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklemin kökler çarpımı kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

karekök

A	D	C	E

köşetaşı

Köklerinden biri 1 – 2i olan reel katsayılı ikinci dereceden bir denklem bulunuz.

açıklamalı çözüm

Köklerinden Biri Belli Olan Reel Katsayılı 2. Dereceden Denklemi Yazma

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklemin

$x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$

olduğunu II. dereceden denklemler konusunda öğrenmiştik.

Köklerinden biri 1 – 2i olan reel katsayılı ikinci dereceden denklemin diğer kökü 1 + 2i dir.

$x_1 = 1 - 2i$ ve $x_2 = 1 + 2i$ ise

$x^2 - (1 - 2i + 1 + 2i) \cdot x + (1 - 2i) \cdot (1 + 2i) = 0$

$x^2 - 2x + (1^2 + (-2)^2) = 0$

$x^2 - 2x + 5 = 0$ bulunur.

Reel Katsayılı Olmasa...

$i \cdot x^2 + (2 - i)x + 3i = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-2 + i}{i} = 2i + 1$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3i}{i} = 3$

Reel katsayılı olmayan 2. dereceden deklemin kökler toplamı ve kökler çarpımında yine $-\frac{b}{a}$ ve $\frac{c}{a}$ formülleri kullanılabilir.

1. Köklerinden biri –2 + 3i olan reel katsayılı ikinci dereceden denklemin kökler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –6 B) –4 C) –2 D) 0 E) 4

2. Aşağıdakilerden hangisi kökleri çarpımı 5 olan ikinci dereceden reel katsayılı bir denklemin köklerinden biri olamaz?

A) 1 – 2i
B) 2 + i
C) $\sqrt{3} - \sqrt{2}\,i$
D) $\sqrt{5}\,i$
E) 2 – 3i

3. Köklerinden biri 2 – 2i olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $x^2 - 4x + 8 = 0$
B) $x^2 + 4x - 8 = 0$
C) $x^2 - 4x - 8 = 0$
D) $x^2 - 4x + 4 = 0$
E) $x^2 - 4x - 4 = 0$

4. b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$f(x) = x^2 + bx + c$

fonksiyonunun bir kökü 3 + i karmaşık sayısıdır.

Buna göre, b + c kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

karekök

B	E	A	B

TARAMA TESTİ

1. $\sqrt{25} - \sqrt{-16} + \sqrt{9} - \sqrt{-4}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $6 - 8i$ B) $8 - 6i$ C) $6i - 4$ D) $6 - 4i$ E) $-6i$

2. $i \cdot 2i + \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-16}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –4 B) –5 C) –6 D) –7 E) –8

3. $i^{33} \cdot \sqrt{-1}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

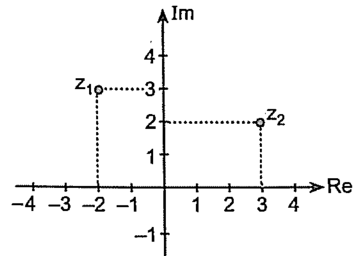
A) –1 B) –i C) 1 D) i E) i – 1

4. $z = \frac{1-3i}{2}$

karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) –3 B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

5.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $z_1 = -2 - 3i$, $z_2 = 3 + 2i$
B) $z_1 = -2 + 3i$, $z_2 = 3 - 2i$
C) $z_1 = 3i - 2$, $z_2 = 2 + 3i$
D) $z_1 = 3i - 2$, $z_2 = 3 + 2i$
E) $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 2 + 3i$

6. $z_1 = 3 + 4i$
$z_2 = 2 - i$

olduğuna göre, $z_1 - z_2$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + 3i$ B) $1 + 5i$ C) $5 + 5i$ D) $5 + 3i$ E) $1 - 3i$

7. $z_1 = 3 - 2i$ ve $z_2 = -1 + 3i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $z_1 \cdot z_2 + (1 + i) \cdot z_1$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $8 - 6i$ B) $8 + 6i$ C) $8 - 12i$ D) $8 + 12i$ E) $12 - 8i$

8. a ve b gerçel sayılardır.

$5a - 8bi + 2 = 7 + 16i$

olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

9. x ve y reel sayılardır.

$z = x + yi$
$5 + i \cdot z = 6 - 3i$

olduğuna göre, Im(z) – Re(z) farkı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

karekök

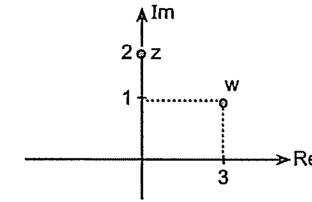
10. x, y gerçel sayılar ve

$(1 + i)^5 = x + yi$

olduğuna göre, x·y çarpımı kaçtır?

A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1

11.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde z ve w karmaşık sayıları verilmiştir.

Buna göre, $Im(\bar{z}) + Im(\bar{w})$ toplamı kaçtır?

A) 3 B) 1 C) 0 D) –1 E) –3

12. $\frac{(1+3i)^4 (1-3i)^4}{10^3}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 1 B) 10 C) 50 D) 100 E) 150

13. x, y birer gerçel sayı ve $z = x + yi$ olmak üzere,

$(2 - i) \cdot z = 3 - \bar{z}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

14. $\frac{2-i}{i} + \frac{i}{2+i}$

işleminin sonucunun reel kısmı kaçtır?

A) $-\frac{5}{4}$ B) –1 C) $-\frac{4}{5}$ D) 0 E) $\frac{4}{5}$

15. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$(1 + i^{-23})(1 + i^{-37})$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2i B) –2 C) 1 D) 2 E) 2i

16. **2 + i sayısının çarpma işlemine göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$ B) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ C) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$ D) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$ E) $-\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$

17. $x^2 + 4x + 5 = 0$

denkleminin kökleri z_1 ve z_2 dir.

Buna göre, $\bar{z}_1 + \bar{z}_2$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2 - 2i$ B) $2 - i$ C) –2 D) –4 E) $4 + 2i$

18. **Köklerinden biri 1 – 4i olan gerçel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $x^2 - 2x + 17 = 0$ B) $x^2 + 2x + 17 = 0$ C) $x^2 - 2x + 15 = 0$ D) $x^2 + 2x + 15 = 0$ E) $x^2 - 8x + 17 = 0$

karekök

1 B 2 C 3 A 4 B 5 B 6 D 7 D 8 B 9 D 10 A 11 E 12 B 13 A 14 C 15 D 16 C 17 D 18 A

1. $\sqrt{-4}\cdot\sqrt{-25}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) −20 B) −10 C) −5 D) 5 E) 10

2. Reel kısmı −4 ve sanal kısmı 2 olan karmaşık sayının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 − 2i B) 4 + 2i C) −4 − 2i D) −4 + 2i E) 2 − 4i

3. $z = \sqrt{-4} + \sqrt{-3}\cdot\sqrt{-12}$

karmaşık sayısı veriliyor.

z karmaşık sayısının sanal kısmı a ve gerçel kısmı b olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) 3

4. $(i^{40} - i^{18})^4$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 32 B) 16 C) 8 D) 4 E) 0

5. a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$z_1 = 2a + 3 + 4i$ ve $z_2 = b + 2 + (b - 3)i$

karmaşık sayıları veriliyor.

z_1 ve z_2 karmaşık sayıları birbirine eşit olduğuna göre, a − b farkı kaçtır?

A) −6 B) −5 C) −4 D) −3 E) −2

6.

Im
3 z_2
z_1
−4
z_3
3
Re
−2 z_4
z_5

Yukarıda verilen karmaşık düzlemde z_1, z_2, z_3, z_4 ve z_5 karmaşık sayıları verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $z_1 = -4$ B) $z_2 = 3i$ C) $z_3 = 3$ D) $z_4 = -2$ E) $z_5 = -2i + 3$

7. $Re(z) = 2$ ve $Im(\bar{z}) = 3$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 − 2i B) −3 − 2i C) −3 + 2i D) 2 + 3i E) 2 − 3i

8. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$z = (2 - x) + (y + 3)i$

karmaşık sayısı veriliyor.

$\bar{z}$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemde (3, 1) noktasına karşılık geldiğine göre, x·y çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. a ve b birer gerçel sayıdır.

$z_1 = 3 + 5i$ ve $z_2 = 2i - 4$

karmaşık sayıları veriliyor.

$-\bar{z}_2 + z_1 = a - bi$ olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) −49 B) −36 C) −20 D) 0 E) 25

10. z karmaşık sayı olmak üzere,

$2z + 1 - 3i = 7 + 11i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 + i B) 3 − i C) 3 + 7i D) 3 − 7i E) −3i

11. $\dfrac{i^{101} + i^{102} + i^{103}}{i^{23} + i^{24}}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) −1 − i B) $-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$ C) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ D) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ E) 1 + i

12. $\dfrac{(1-i)^2}{1+i}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) −1 + i B) −1 − i C) i D) −i E) −1

13. $(1 + i)^2\cdot(1 - 2i)^2\cdot(1 - i)^2\cdot(1 + 2i)^2$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) 20 B) 50 C) 80 D) 100 E) 150

14. $\bar{z}$, z karmaşık sayısının eşleniğidir.

$i\cdot\bar{z} + 2z = -5i - 1$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) −3 + i B) −3 − i C) 3 + i D) 1 − 3i E) 1 + 3i

15. m ve n birer gerçel sayı olmak üzere,

$x^2 + mx + n = 0$

denkleminin köklerinden biri $x_1 = 3i - 4$ tür.

Buna göre, bu denklemin diğer kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) −4 + 3i B) 4 − 3i C) 3i + 4 D) −4 − 3i E) 4i + 3

16. $x^2 + 16 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) ∅ B) {0} C) {4, −4} D) {−4i} E) {−4i, 4i}

1 B 2 D 3 D 4 B 5 C 6 D 7 E 8 C 9 A 10 C 11 D 12 B 13 D 14 D 15 D 16 E

1. $\sqrt{-4}\cdot\sqrt{-25}=\sqrt{4\cdot(-1)}\cdot\sqrt{25\cdot(-1)}$

$=2\cdot\sqrt{-1}\cdot 5\cdot\sqrt{-1}$

$2i\cdot 5i=10i^2=-10$ olur.

Yanıt B

2. Reel kısmı -4 ve sanal kısmı 2 olan karmaşık sayı $-4+2i$ dir.

Yanıt D

3. $z=\sqrt{-4}+\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-12}$

$=\sqrt{4\cdot(-1)}+\sqrt{3\cdot(-1)}\cdot\sqrt{12\cdot(-1)}$

$=2i+\sqrt{3}i\cdot 2\sqrt{3}i$

$=2i+6i^2=-6+2i$ olur.

Sanal kısım = a = 2, reel kısım = b = −6

$\frac{a}{b}=\frac{2}{-6}=-\frac{1}{3}$ olur.

Yanıt D

4. $(i^{40}-i^{18})^4=(1-i^2)^4=(1-(-1))^4=2^4=16$ olur.

Yanıt B

5. $z_1=2a+3+4i$ ve $z_2=b+2+(b-3)i$

$z_1=z_2 \Rightarrow 2a+3+4i=b+2+(b-3)i$

$\Rightarrow 2a+3=b+2$ ve $4=b-3$

$\Rightarrow b-3=4 \Rightarrow b=7$ dir.

$\Rightarrow 2a+3=7+2$

$\Rightarrow 2a=6 \Rightarrow a=3$ tür.

$\Rightarrow a-b=3-7=-4$ olur.

Yanıt C

6. $z_4=-2i$ dir.

Yanıt D

7. $z=x+yi$ ve $\bar{z}=x-yi$ olsun.

$Re(z)=2 \Rightarrow x=2$ dir.

$Im(\bar{z})=3 \Rightarrow -y=3 \Rightarrow y=-3$ tür.

$z=x+yi=2-3i$ olur.

Yanıt E

8. $z=(2-x)+(y+3)i \Rightarrow \bar{z}=(2-x)-(y+3)i$ dir.

$\bar{z}$ karmaşık düzlemde (3, 1) ise

$2-x=3 \Rightarrow x=-1$ dir.

$-(y+3)=1 \Rightarrow -y-3=1 \Rightarrow y=-4$ tür.

$x\cdot y=(-1)(-4)=4$ olur.

Yanıt C

9. $z_1=3+5i$

$z_2=2i-4 \Rightarrow -\bar{z}_2=-(-2i-4)=2i+4$ tür.

$-\bar{z}_2+z_1=a-bi \Rightarrow 2i+4+3+5i=a-bi$

$\Rightarrow 7+7i=a-bi$

$\Rightarrow a=7$ ve $-b=7$

$\Rightarrow b=-7$ dir.

$\Rightarrow a\cdot b=7\cdot(-7)=-49$ olur.

Yanıt A

10. $z=x+yi$ olsun.

$2z+1-3i=7+11i$

$\Rightarrow 2\cdot(x+yi)+1-3i=7+11i$

$\Rightarrow 2x+1+i(2y-3)=7+11i$

$\Rightarrow x=3$ ve $y=7$ dir.

$\Rightarrow z=3+7i$ olur.

Yanıt C

11. $\frac{i^{101}+i^{102}+i^{103}}{i^{23}+i^{24}}=\frac{i^1+i^2+i^3}{i^3+1}$

$=\frac{i-1-i}{-i+1}$

$=\frac{-1}{1-i}_{(1+i)}=\frac{-1-i}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

Yanıt D

12. $\frac{(1-i)^2}{1+i}=\frac{-2i}{1+i}_{(1-i)}=\frac{-2i+2i^2}{2}$

$=\frac{-2i-2}{2}$

$=-1-i$ olur.

Yanıt B

13. $(1+i)^2\cdot(1-2i)^2\cdot(1-i)^2\cdot(1+2i)^2$

$=(1+i)^2\cdot(1-i)^2\cdot(1-2i)^2\cdot(1+2i)^2$

$=((1+i)(1-i))^2\cdot((1-2i)(1+2i))^2$

$=2^2\cdot 5^2=100$ olur.

Yanıt D

14. $z=x+yi$ ve $\bar{z}=x-yi$ olsun.

$i\bar{z}+2z=-5i-1 \Rightarrow i(x-yi)+2\cdot(x+yi)=-5i-1$

$\Rightarrow ix+y+2x+2yi=-5i-1$

$\Rightarrow y+2x+i(x+2y)=-5i-1$

$\Rightarrow y+2x=-1$ ve $x+2y=-5$

$\Rightarrow x=1$ ve $y=-3$ tür.

$\Rightarrow z=1-3i$ olur.

Yanıt D

15. $x^2+mx+n=0$ reel katsayılı 2. dereceden denkleminin köklerinden biri $x_1=3i-4$ ise diğeri x_1 in eşleniğidir.

$x_2=\bar{x}_1=-3i-4$ olur.

Yanıt D

16. $x^2+16=0 \Rightarrow x^2=-16$

$\Rightarrow x_1=4i$ ve $x_2=-4i$ dir.

$\Rightarrow$ Ç.K. = {−4i, 4i} olur.

Yanıt E

1. $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x - 2$

olduğuna göre, f(i) değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1 + i$ B) $-1 - i$ C) $1 + i$ D) $1 - i$ E) 2

2. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,

$(3a + b)i - 2a = 4 - 5i$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

3. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$i^{15} + i^{37} + i^{95}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - i$ B) $-1 + i$ C) 1 D) i E) $-i$

4. $z = \frac{4+2i}{4-2i} - \frac{4-2i}{4+2i}$

olduğuna göre, Re(z) kaçtır?

A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{6}{5}$ C) 0 D) $-\frac{6}{5}$ E) $-\frac{8}{5}$

5. $\bar{z}$, z karmaşık sayısının eşleniği olmak üzere,

$(\bar{z} + 1)(1 - i) = 5 + i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + 2i$ B) $1 + 3i$ C) $1 - 3i$ D) $2 - 3i$ E) $2 + 3i$

6. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$z = x + 1 + (6 - 3y)i$

karmaşık sayısı veriliyor.

$z = \bar{z}$ olduğuna göre, y kaçtır?

A) 6 B) 2 C) 0 D) –2 E) 6

7. $(1 - i^2)(1 + i)^2(1 + i^4)(1 - i)^3$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8 - 16i$ B) $16 - 16i$ C) $8 + 16i$ D) $16 + 16i$ E) $8 - 8i$

8. $\frac{8}{\sqrt{2} - \sqrt{-2}}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2(1 + i)$ B) $\sqrt{2}(1 + 1)$ C) $2\sqrt{2}(1 + i)$ D) $2\sqrt{2}(1 - i)$ E) $2\sqrt{2}(-i - 1)$

9. $Re(z + 4) = 0$

$Im(z + 2i) = 1$

eşitliklerini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4 - i$ B) $-4 + i$ C) $4 + 3i$ D) $4 - 3i$ E) $4 - i$

10. $i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tam sayı olmak üzere,

$\frac{i^{8n+1} + i^{4n}}{i^{12n+3}}$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-i$ B) i C) $-1 + i$ D) $-i + 1$ E) –1

11. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde □ işlemi,

$z_1 \square z_2 = z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, (1 + 3i) □ (1 – 3i) işleminin sonucu kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

12. $\bar{z}$ ile z nin eşleniği gösterildiğine göre, $z = 2i$ karmaşık sayısı için

$\frac{\bar{z}+1}{z}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-1 - i$ B) $-1 + i$ C) $-1 + \frac{1}{2}i$ D) $-1 - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{1}{2}i$

13. a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

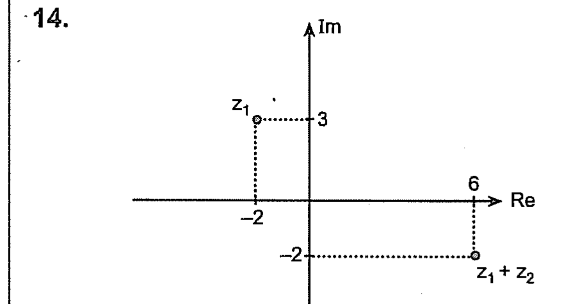
$f(x) = x^2 + ax + b$

fonksiyonunun bir kökü (2i + 5) karmaşık sayısıdır.

Buna göre, f(0) kaçtır?

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

14.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde z_1 ve $z_1 + z_2$ karmaşık sayıları verilmiştir.

Buna göre, z_2 karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4 - 4i$ B) $4 + 6i$ C) $5 + 5i$ D) $5 - 5i$ E) $8 - 5i$

15. $x^2 - 4x + 8 = 0$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - 2i$ B) $2 + 2i$ C) $-2 - 2i$ D) $-2 + i$ E) $-2 - i$

16. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu,

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 2x + 3$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, (fof)(–i) ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3i$ B) 3 C) $2i$ D) 2 E) $1 + 3i$

1 D 2 C 3 E 4 C 5 C 6 B 7 B 8 C 9 A 10 C 11 E 12 D 13 D 14 E 15 B 16 B

1. $\frac{2-i}{2+i}$ **kesrinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$ B) $\frac{5}{3}-\frac{4}{3}i$ C) $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}i$ D) $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$ E) -1

(1971)

2. 1 + 2i kompleks sayısının 1 – 2i kompleks sayısına bölümü nedir?

A) -2 B) $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}i$ C) $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$ D) $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}i$ E) $\frac{2}{5}+\frac{5}{3}i$

(1973)

3. $\frac{1}{4-3i}$ **sayısının eşleniğinin sanal kısmı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3 B) $\frac{3}{25}$ C) $-\frac{3}{25}$ D) $-3i$ E) $3i$

(1974)

4. 3 + 2i karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2+3i$ B) $-3-2i$ C) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}i$ D) $\frac{3}{13}-\frac{2}{13}i$ E) $5i$

(1978)

5. $(2-i)z = 1-\bar{z}$ **eşitliğini sağlayan, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

($\bar{z}$, z nin eşleniğidir.)

A) $\frac{1}{3}(1+i)$ B) $\frac{1}{4}(1+i)$ C) $\frac{1}{2}-2i$ D) $1+\frac{1}{3}i$ E) $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i$

(ÖYS 1983)

6. $\frac{3-2i}{1-i}$ **sayısının sanal kısmı kaçtır?**

A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

(ÖYS 1984)

7. $\frac{1}{1+i}+a+bi=1-i$

olduğuna göre, a + b nin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(1985)

8. $i^2=-1$ **olduğuna göre,** $(1+i)(1+i^3)(1+i^6)$ **işleminin sonucu nedir?**

A) 3 B) 1 C) 0 D) –1 E) –3

(ÖYS 1988)

9. $(1+i)^5+(1-i)^5$ **toplamı kaçtır?** *($i^2=-1$)*

A) –8 B) –5 C) 0 D) 5 E) 8

(ÖYS 1989)

karmaşık sayılara giriş

10. $z = 3+2i$ **ve** $\bar{z} = 3-2i$ **olduğuna göre,**

$\left(\frac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}}\right)^4$ **aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{81}{16}$ B) $-\frac{81}{16}$ C) $-\frac{81}{16}i$ D) $\frac{81}{16}i$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1990)

11. $i^2=-1$ **olduğuna göre,** $(1+i)(1+i^3)(1+i^5)(1+i^7)$ **çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 2 B) 4 C) 1 + i D) 1 – i E) 4i

(ÖYS 1991)

12. $i^2=-1$ **olduğuna göre,** $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$ **sayısı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –2i B) –i C) –1 D) 1 E) 2i

(ÖYS 1992)

13. $i=\sqrt{-1}$ ve n pozitif tamsayı olmak üzere,

$\frac{i^{8n-1}+i^{4n}}{i^{4n-1}}$ **ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) i B) i + 1 C) i – 1 D) 1 E) 2i

(ÖYS 1995)

14. $\bar{z}$ **ile z'nin eşleniği gösterildiğine göre, z = 2 + i karmaşık sayısı için**

$\frac{z}{\bar{z}-1}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ B) $\frac{2}{3}-\frac{3}{2}i$ C) 1 + 3i D) 2 – 3i E) 3 + i

(LYS 2010)

15. b ve c gerçel sayılar olmak üzere, $P(x) = x^2 + bx + c$ polinomunun bir kökü 3 – 2i karmaşık sayısıdır.

Buna göre, P(–1) kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 20 D) 25 E) 30

(LYS 2010)

16. Baş katsayısı 1 olan –i ve 2i karmaşık sayılarını kök kabul eden dördüncü dereceden gerçel katsayılı P(x) polinomu için P(0) kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

(LYS 2011)

17. z = a + bi (b ≠ 0) ve w = c + di karmaşık sayıları için z + w toplamı ve z·w çarpımı birer gerçel sayı olduğuna göre,

I. z ve w birbirinin eşleniğidir.

II. z – w gerçeldir.

III. $z^2 + w^2$ gerçeldir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

(LYS 2011)

1 A 2 C 3 C 4 D 5 B 6 D 7 C 8 C 9 A 10 A 11 B 12 D 13 B 14 A 15 C 16 B 17 C

BÖLÜM 2

Karmaşık Sayıların Mutlak Değeri (Modülü)

KÖŞETAŞI **KAZANIMLAR**

1. Karmaşık sayının mutlak değerini (modülünü) hesaplar.
2. Karmaşık sayının eşleniğinin ve toplamaya göre tersinin mutlak değerinin birbirine eşitliğini kavrar.
3. Mutlak değerin çarpma ve bölmeye ait özelliklerini kavrar.
4. Mutlak değerin kuvvetiyle ilgili özelliğini kavrar.
5. Mutlak değerin özelliklerini uygular.
6. Mutlak değerli denklemleri çözer.
7. $z \cdot \overline{z} = |z|^2$ eşitliğini kavrar ve sorularda uygular.
8. Karmaşık düzlemde iki karmaşık sayı arasındaki uzaklığı hesaplar.
9. Karmaşık sayılarda geometrik yer problemi çözer.
10. Çember denklemini tanır.
11. Çember belirten karmaşık sayıların geometrik yer denklemini yazar.
12. $|z - z_0| = r$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerini bulur.
13. Karmaşık sayı içeren eşitsizliklerin çözüm kümesini karmaşık düzlemde gösterir.
14. İki çember arasındaki karmaşık sayıları belirten eşitsizliği analiz eder.

köşetaşı

Aşağıda verilen karmaşık sayıların mutlak değerlerini (modüllerini) bulunuz.

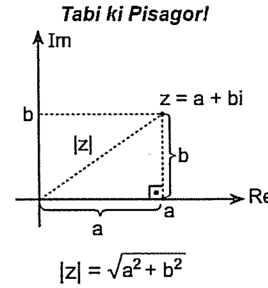
1) $z_1 = 2 + \sqrt{3}i$ 2) $z_2 = -3 + 4i$ 3) $z_3 = 3i$

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayılarda Mutlak Değer Hesaplama

Karmaşık düzlemde bir karmaşık sayıya karşılık gelen noktanın orijine (başlangıç noktasına) olan uzaklığına, bu karmaşık sayının mutlak değeri veya modülü veya normu denir ve |z| ile gösterilir.

$z = a + bi \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$



1) $|z_1| = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4+3}$

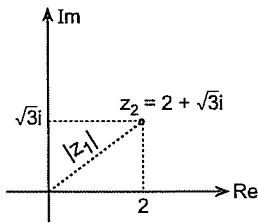
$|z_1| = \sqrt{7}$ olur.

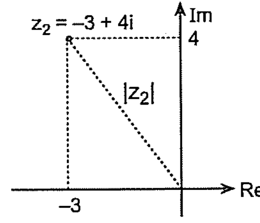
2) $|z_2| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25}$

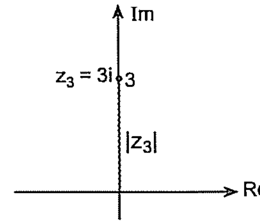
$|z_2| = 5$ olur.

3) $|z_3| = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{9}$

$|z_3| = 3$ olur.







1. $z = 3 - 2i$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

A) $\sqrt{7}$ B) 3 C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{13}$ E) 4

2. $z_1 = -4i$

$z_2 = 3$

olduğuna göre, $|z_1| + |z_2|$ toplamı kaçtır?

A) –1 B) 2 C) 4 D) 7 E) 11

3. $z_1 = 2 - i$

$z_2 = 3 - 11i$

olduğuna göre, $|z_1 + z_2|$ değeri kaçtır?

A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) 9 D) $6\sqrt{3}$ E) 13

4. **a pozitif reel sayı olmak üzere,**

$z = a - 1 + 5i$ ve $|z| = \sqrt{34}$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

köşetaşı

z = 3 – 5i karmaşık sayısı için aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

1) $|z|$ 2) $|-z|$ 3) $|\bar{z}|$ 4) $|-\bar{z}|$

açıklamalı çözüm

1) $|z| = |3 - 5i| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

2) $|-z| = |-3 + 5i| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

3) $|\bar{z}| = |3 + 5i| = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

4) $|-\bar{z}| = |-3 - 5i| = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

Bir karmaşık sayının mutlak değeri (modülü) reel ve sanal kısımların kareleri toplamının karekökü olduğundan,

$|z| = |-z| = |\bar{z}| = |-\bar{z}|$ dir.

1. $z = -5 + 12i$

olduğuna göre, $|z| + |\bar{z}|$ toplamı kaçtır?

A) 10 B) 13 C) 16 D) 20 E) 26

2. z bir karmaşık sayı olmak üzere, $|\bar{z}| = \sqrt{10}$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, z aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?

A) 3 – i B) –3 + i C) 3i – 1

D) $\sqrt{7} - 3i$ E) $\sqrt{6} + 2i$

3. $|z| \cdot |\bar{z}| \cdot |-z| = 8$

olduğuna göre, $|-\bar{z}|$ kaçtır?

A) $\sqrt{7}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) 8

4. $z \cdot \bar{z} = 16$

olduğuna göre, $|z| \cdot |\bar{z}| \cdot |-z|$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

köşetaşı

$z=\frac{(3-i)(-4+2i)}{1+i}$ **karmaşık sayısının modülünü bulunuz.**

açıklamalı çözüm

Mutlak Değerin Çarpma ve Bölme Özellikleri

İki karmaşık sayının çarpımının veya bölümlerinin mutlak değeri (modülü) sorulduğunda bu karmaşık sayıları çarptıktan veya böldükten sonra mutlak değerini bulmak oldukça zahmetlidir. Bunun yerine karmaşık sayıların ayrı ayrı modüllerini bulduktan sonra çarpar veya böleriz.

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \text{ ve } \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

$$z=\frac{(3-i)(-4+2i)}{1+i} \Rightarrow |z|=\left|\frac{(3-i)(-4+2i)}{1+i}\right|=\frac{|3-i|\cdot|-4+2i|}{|1+i|} \text{ dir.}$$

$$|z|=\frac{|3-i|\cdot|-4+2i|}{|1+i|}=\frac{\sqrt{3^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{(-4)^2+2^2}}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{10}\cdot\sqrt{20}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{10\cdot 20}{2}}=\sqrt{100}=10 \text{ olur.}$$

1. $z_1 = 4 + 3i$

$z_2 = 2 + i$

karmaşık sayıları için $|z_1 \cdot z_2|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{5}$ B) 5 C) 10 D) $5\sqrt{5}$ E) $10\sqrt{5}$

2. $z=\frac{3-2i}{2\sqrt{3}+i}$

karmaşık sayısının modülü kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{13}$ E) 4

3. $z_1 = 6 + 8i$

$z_2 = 2 + i$

$z_3 = 2 + 4i$

olduğuna göre, $\left|\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}\right|$ değeri kaçtır?

A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 5 D) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{15}{2}$

4. x reel sayı olmak üzere,

$z=\frac{3+xi}{3-xi}$

olduğuna göre, z nin normu kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) 3 D) $3\sqrt{3}$ E) 9

karekök

D A C B

köşetaşı

z = −4 + 3i karmaşık sayısı için aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

1) $|z|$ **2)** $|z^3|$ **3)** $|z^{-1}|$ **4)** $|\sqrt[4]{z}|$

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayının Kuvvetinin ve Kökünün Mutlak Değeri

Bir karmaşık sayının kuvvetinin veya kökünün mutlak değeri (modülü) sorulduğunda karmaşık sayının modülü bulunduktan sonra kuvveti veya kökü alınır.

$$|z^n| = |z|^n \text{ ve } |\sqrt[n]{z}| = \sqrt[n]{|z|}$$

1) $z=-4+3i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-4)^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

2) $|z^3| = |z|^3 = 5^3$

3) $|z^{-1}| = |z|^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$

4) $|\sqrt[4]{z}| = \sqrt[4]{|z|} = \sqrt[4]{5}$

1. $z = 2 - i$

olduğuna göre, $|z^2|$ kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) $\sqrt{5}$ D) 5 E) 10

2. $z=\sqrt{3}-i$

olduğuna göre, $|z^{-3}|$ kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

3. $z = -5 + 12i$

olduğuna göre, $|\sqrt{z}|$ kaçtır?

A) 3 B) $\sqrt{13}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$ E) 13

4. $z_1 = (1 + 3i)^2$

$z_2=\sqrt{8+6i}$

olduğuna göre, $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|$ değeri kaçtır?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10}$ C) 5 D) 10 E) $5\sqrt{5}$

karekök

D A B B

köşetaşı

$$z = \frac{(4+3i)^2 \cdot (\sqrt{2} - i)}{\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{3}i}}$$

karmaşık sayısının mutlak değeri (modülü) kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında 3. ve 4. köşetaşında öğrendiğimiz mutlak değer özelliklerini bir arada kullanacağız.

$$|z| = \left|\frac{(4+3i)^2\cdot(\sqrt{2} - i)}{\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{3}i}}\right| \Rightarrow |z| = \frac{|(4+3i)^2|\cdot|\sqrt{2} - i|}{\left|\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{3}i}\right|}$$

$$\Rightarrow |z| = \frac{|4+3i|^2\cdot|\sqrt{2}-i|}{\sqrt{|\sqrt{6}+\sqrt{3}i|}}$$

$$\left.\begin{array}{l} |4+3i| = 5 \\ |\sqrt{2}-i| = \sqrt{3} \\ |\sqrt{6}-\sqrt{3}i| = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{5^2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 25$$

1. $z = (1+\sqrt{2}i)(2+i)^2$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

A) $\sqrt{13}$ B) $2\sqrt{5}$ C) 6 D) $6\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{3}$

2. $z_1 = 3-4i$

$z_2 = 2+4i$

$z_3 = 2+i$

olduğuna göre, $\left|\frac{z_1\cdot z_2^{\,2}}{z_3^{\,3}}\right|$ **değeri kaçtır?**

A) 4 B) $2\sqrt{5}$ C) 5 D) $4\sqrt{5}$ E) 10

3. $z = \frac{(1+\sqrt{3}i)^4\cdot(\sqrt{7}-i)^2}{(2\sqrt{3}-2i)^5}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

4. $z = \frac{(1+i)^2\cdot\sqrt{1+3\sqrt{7}i}}{\sqrt[3]{(\sqrt{7}+i)^4}}$

olduğuna göre, $|z^{-1}|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2

karekök

E	D	D	D

köşetaşı

z + |z| = 2 + 3i eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Mutlak Değerli Denklemler

z yerine x + yi ve |z| yerine $\sqrt{x^2+y^2}$ yazarak eşitliğin sağ ve sol tarafındaki karmaşık sayıların reel ve sanal kısımlarını birbirine eşitleriz. Dikkat etmemiz gereken en önemli nokta $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$ nin bir reel sayı olması ve eşitliğin sol tarafındaki reel kısımda yerini almasıdır.

$z = x + yi$ ve $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$ olsun

$z + |z| = 2+3i \Rightarrow x + yi + \sqrt{x^2+y^2} = 2+3i$

$\Rightarrow x + \sqrt{x^2+y^2} + yi = 2+3i$

$\Rightarrow x + \sqrt{x^2+y^2} = 2$ ve $y = 3$ tür.

$\Rightarrow x + \sqrt{x^2+9} = 2$

$\Rightarrow \sqrt{x^2+9} = 2-x$

$\Rightarrow (\sqrt{x^2+9})^2 = (2-x)^2$

$\Rightarrow x^2+9 = 4-4x+x^2$

$\Rightarrow 9 = 4-4x \Rightarrow x = \frac{-5}{4}$ olur.

$\Rightarrow z = \frac{-5}{4} + 3i$ bulunur.

BİR SORU DAHA

z = x + yi olmak üzere,

$|z| + |z+\bar{z}| = 6 + (x-2)i$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, y kaçtır?

$|x+yi| + |x+yi+x-yi| = 6+(x-2)i$

$\sqrt{x^2+y^2} + 2x = 6 + (x-2)i$

$\sqrt{x^2+y^2} + 2x = 6$ ve $0 = x-2$

$\sqrt{4+y^2} + 4 = 6 \Rightarrow \sqrt{4+y^2} = 2$

$\Rightarrow y = 0$ olur.

1. $z + |z| = 2 + 4i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –3 + 4i B) 3 – 4i C) 2 – 3i D) 2 + 3i E) 1 – i

2. $z + |\bar{z}| = 1 + 2i$

olduğuna göre, $Re(z)\cdot Im(\bar{z})$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –5 B) –3 C) 0 D) 3 E) 5

3. $z - 1 = |z| + 3i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –8 B) –6 C) –4 D) –2 E) 0

4. y > 0 olmak üzere z = x + yi karmaşık sayısı veriliyor.

$\frac{z}{|z|-3} = 4i$

olduğuna göre, y kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

A	D	C	D

köşetaşı

1) $z \cdot \bar{z} = 36$ olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

2) $z \cdot \bar{z} + |z| = 12$ olduğuna göre $|z|$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

$z = a + bi$ olmak üzere,

$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$ eşitliğini öğrenmiştik.

$a^2 + b^2 = \left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)^2 = |z|^2$ olduğundan

$z \cdot \bar{z} = |z|^2$ ifadesi elde edilir.

1) $z \cdot \bar{z} = 36 \Rightarrow |z|^2 = 36$

$\Rightarrow |z| = 6$ ve $|z| = -6$ ($|z| = -6$ olamayacağından)

$\Rightarrow |z| = 6$ bulunur.

2) $z \cdot \bar{z} + |z| = 12 \Rightarrow |z|^2 + |z| = 12 \Rightarrow |z|^2 + |z| - 12 = 0$

$\Rightarrow (|z| + 4)(|z| - 3) = 0$

$\Rightarrow |z| = -4$ ve $|z| = 3$ ($|z| = -4$ olamayacağından)

$\Rightarrow |z| = 3$ bulunur.

BİR SORU DAHA

$z \cdot \bar{z} = \sqrt{4z \cdot \bar{z}} + 8$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

$|z|^2 - \sqrt{4 \cdot |z|^2} - 8 = 0$

$|z|^2 - 2|z| - 8 = 0$

$(|z| - 4)(|z| + 2) = 0$

$|z| = 4$ olur.

1. $z \cdot \bar{z} - 16 = 0$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

2. $z \cdot \bar{z} = 25$

olduğuna göre, z aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?

A) $3 - 4i$ B) $4 + 3i$ C) $2\sqrt{6} + i$ D) $2\sqrt{5} + \sqrt{5}i$ E) $2 + i$

3. $z \cdot \bar{z} - 3|z| = 40$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. x ve y reel sayı olmak üzere, $z = x + yi$ karmaşık sayısı veriliyor.

$z \cdot \bar{z} + |z| + |\bar{z}| - |iz| - 30 = 0$

olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?

A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 64

karekök

C E D C

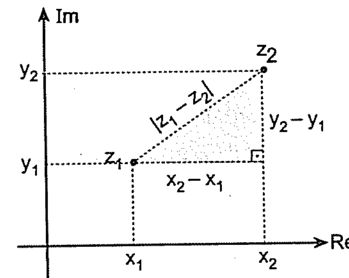
köşetaşı

$z_1 = 3 + 7i$ ve $z_2 = 8 - 5i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayılar Arasındaki Uzaklık



Karmaşık düzlemde verilen $z_1 = x_1 + y_1i$ ve $z_2 = x_2 + y_2i$ karmaşık sayıları için;

z_1 ve z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık $|z_1 - z_2|$ dir.

z_1 ile z_2 arasındaki uzaklık Pisagor'dan;

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = |z_1 - z_2|$ olur.

$z_1 = 3 + 7i$ ve $z_2 = 8 - 5i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık $|z_1 - z_2|$ dir.

$|z_1 - z_2| = |3 + 7i - (8 - 5i)| = |3 + 7i - 8 + 5i| = |-5 + 12i| = \sqrt{(-5)^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ birim bulunur.

	Matematiksel Anlam	Geometrik Anlam
1) $\lvert z \rvert$	z nin mutlak değeri	Karmaşık düzlemde z nin orijine olan uzaklığı
2) $\lvert z_1 - z_2 \rvert$	$z_1 - z_2$ farkının mutlak değeri	Karmaşık düzlemde z_1 ile z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık

Bu ifadelerin matematiksel anlamlarını ve hesaplamalarını bilmenizin yanında geometrik anlamlarını da bilirseniz konuya daha hakim olabilirsiniz.

1. $z_1 = 5 + 7i$

$z_2 = 1 + 4i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $z = 3 + 2i$ karmaşık sayısı veriliyor.

$\bar{z}$ ile $9 - 10i$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

3. $|z - u| = 5$

$|u - v| = 6$

$|z - v| = 7$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, karmaşık düzlemde köşeleri u, z ve v karmaşık sayıları olan üçgenin çevresi kaç birimdir?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 15 E) 18

4. **Köşelerinin koordinatları A(1 + i), B(1), C(i) olan ABC üçgeninin çevresinin uzunluğu kaç birimdir?**

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2 + \sqrt{2}$ D) 4 E) $4 + \sqrt{2}$

karekök

B C E C

köşetaşı

$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, z = x + yi dir.

|z – 1| = |z + 2i| eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Mutlak Değerli Denklemlerde Geometrik Yer

Karmaşık sayılarda mutlak değer kullanılarak sorulan geometrik yer denklemi sorularında z yerine x + yi yazarak x e ve y ye bağlı bir denklem elde etmeye çalışırız.

|z – 1| = |z + 2i| denkleminde z gördüğümüz yere x + yi yazalım,

$|x + yi - 1| = |x + yi + 2i| \Rightarrow |x - 1 + yi| = |x + (y + 2)i|$

$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y+2)^2}$

$\Rightarrow (x-1)^2 + y^2 = x^2 + (y+2)^2$

$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + y^2 + 4y + 4$

$\Rightarrow -2x + 1 = 4y + 4$

$\Rightarrow 4y + 2x + 3 = 0$ denklemi elde edilir.

NOT

|z – 1| = |z + 2i| eşitliğinin geometrik yer denkleminin 4y + 2x + 3 = 0 olduğunu bulduk.

4y + 2x + 3 = 0 denklemi bir doğru belirtir.

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, z = x + yi karmaşık sayısı veriliyor.

|z| = |z – 2|

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) x – 1 = 0
B) x – y – 1 = 0
C) x + y – 1 = 0
D) y – 2 = 0
E) y – 1 = 0

2. $i = \sqrt{-1}$ ve z = x + yi olsun.

|z – 3| = |z + 1|

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Reel eksene dik bir doğru
B) Sanal eksene dik bir doğru
C) Paralel iki doğru
D) Bir parabol
E) Bir çember

3. |z – i| = |z + 2i|

denklemi karmaşık düzlemde aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) x = 1 doğrusunu
B) $y = -\frac{1}{2}$ doğrusunu
C) y = 1 doğrusunu
D) $(x-1)^2 + (y+2) = 1$ çemberini
E) $x^2 + (y+2)^2 = 1$ çemberini

karekök

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, z = x + yi karmaşık sayısı veriliyor.

$|z - 2i| = (\text{Im}(z) + 2)^2$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y^2 - 4x + 4 = 0$
B) $y^2 - 4y = 0$
C) $y^2 - 4y = 4$
D) $x^2 - 8y = 0$
E) $x^2 + y - 4 = 0$

A	A	B	D

köşetaşı

1) Merkezi (–2, 3) noktası ve yarıçapı 4 br olan çemberin denklemini yazınız.

2) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ denklemi ile verilen çemberin merkezini ve yarıçapını bularak analitik düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

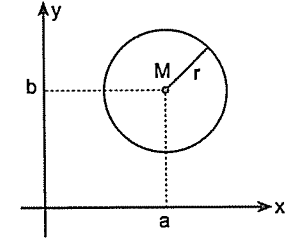
Çember Denklemi

Çember denkleminin karmaşık sayılarla ne ilgisi var demeyin sakın. Bir sonraki köşetaşını anlayabilmemiz için çember denklemini bilmemiz gerekecek.

Analitik düzlemde;

Merkezi M(a, b) ve yarıçapı r birim olan çemberin denklemi

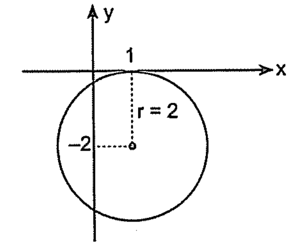
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ dir.



1) M(–2, 3) ve r = 4 br ise çember denklemi;

$(x-(-2))^2 + (y-3)^2 = 4^2 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$

olarak bulunur.



2) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-(-2))^2 = 2^2$

olduğundan çemberin merkezi M(1, –2) ve yarıçapı r = 2 br dir.

1. Merkezi (1, 2) ve yarıçapı 3 br olan çemberin denklemi aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $(x-1)^2 - (y+2)^2 = 9$
B) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$
C) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$
D) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3$
E) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

2. $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 16$

denklemi ile verilen çemberin merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) (2, –5)
B) (2, 5)
C) (–2, 5)
D) (–5, 2)
E) (5, –2)

3. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 25$

denkleminin geometrik yeri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) y eksenine dik bir doğru
B) x eksenine dik bir doğru
C) Tepe noktası (–3, 1) olan bir parabol
D) Merkezi (–3, 1) ve yarıçapı 5 br olan çember
E) Merkezi (3, –1) ve yarıçapı 5 br olan çember

karekök

4. $x^2 - 4x + 4 + y^2 + 12y + 36 = 10$

denklemi ile verilen çemberin merkezi ve yarıçapı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) M(2, –6), r = 0
B) M(–2, 6), r = 10
C) M(2, –6), $r = \sqrt{10}$
D) M(–2, 6), $r = \sqrt{10}$
E) M(–2, –6), $r = \sqrt{10}$

E	A	D	C

köşetaşı

$|z + 1 - 3i| = 2$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının;

1) geometrik yer denklemini bulunuz.

2) geometrik yerini karmaşık düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

z yerine x + yi yazacağız;

1) $|x + yi + 1 - 3i| = 2 \Rightarrow |x + 1 + (y - 3)i| = 2$

$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} = 2$ (her iki tarafın karesi alınırsa)

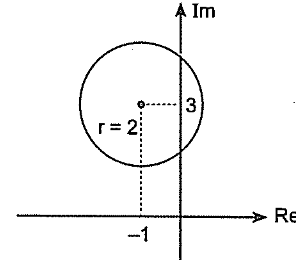
$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$

geometrik yer denklemi bulunur.

2) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4 \Rightarrow (x-(-1))^2 + (y-3)^2 = 2^2$

denkleminin geometrik yeri,

merkezi (–1, 3) ve yarıçapı r = 2 br olan bir çemberdir.



Çember üzerinde bulunan her noktaya karşılık gelen karmaşık sayı $|z + 1 - 3i| = 2$ eşitliğini sağlar.

1. **z = x + yi olmak üzere,**

$|z - 3 + 4i| = 5$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$
B) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$
C) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$
D) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 5$
E) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 5$

2. $|z + 5 - i| = 4$

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Merkezi (–1, 5) ve yarıçapı 4 br olan çember
B) Merkezi (–1, 5) ve yarıçapı 16 br olan çember
C) Merkezi (5, –1) ve yarıçapı 4 br olan çember
D) Merkezi (5, –1) ve yarıçapı 16 br olan çember
E) Merkezi (–5, 1) ve yarıçapı 4 br olan çember

3. **$|z - a + 3i| = 16$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri, merkezi (–5, b) ve yarıçapı r br olan çember olduğuna göre, a + b + r toplamı kaçtır?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$

çember denklemi aşağıdakilerden hangisinin geometrik yer denklemidir?

A) $|z + 3 - 2i| = 5$
B) $|z - 3 + 2i| = 5$
C) $|z - 3 - 2i| = 5$
D) $|z + 3i - 2| = 25$
E) $|z + 3 - 2i| = 25$

karekök

B E D B

köşetaşı

1) $|z - 2 + 4i| = 1$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerini belirtiniz.

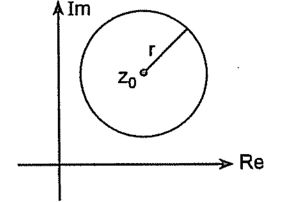
2) $|w - 1| = 2$ eşitliğini sağlayan w karmaşık sayılarının geometrik yerini belirterek karmaşık düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşındaki soruların benzerlerini bir önceki köşetaşında anlatmıştık.

Bu köşetaşında bu soruların daha pratik çözümünü öğreneceğiz.

$|z - z_0| = r$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri; merkezi z_0, yarıçapı r birim olan çemberdir.



$|z - z_0| = r$ ifadesi z_0 noktasına uzaklığı r birim olan z karmaşık sayılarını belirtmiyor mu? z_0 noktasına r birim uzaklıktaki noktaların geometrik yeri merkezi z_0, yarıçapı r birim olan çemberdir.

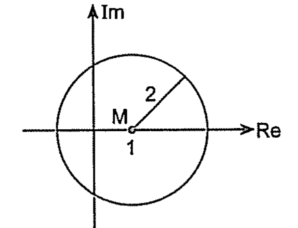
Taktik: Soruları çözerken yapmamız gereken en önemli hamle "z" den sonraki kısmı "–" parantezine almaktır.

1) $|z - 2 + 4i| = 1 \Rightarrow |z - (2 - 4i)| = 1$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayıları,

merkezi $z_0 = 2 - 4i$ ve yarıçapı 1 birim olan çemberdir.

2) $|w - 1| = 2 \Rightarrow |w - 1| = 2$ eşitliğini sağlayan w karmaşık sayıları,

merkezi $z_0 = 1$ ve yarıçapı 2 birim olan çemberdir.



1. $|z + 2 - i| = 4$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

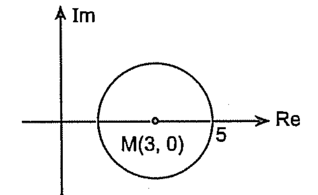
A) Merkezi (2, –1) yarıçapı 4 birim olan çember.
B) Merkezi (–2, 1) yarıçapı 4 birim olan çember.
C) Merkezi (–2, –1) yarıçapı 4 birim olan çember.
D) Merkezi (2, –1) yarıçapı 2 birim olan çember.
E) Merkezi (–2, 1) yarıçapı 2 birim olan çember.

2. $|z - i| = 1$

eşitliğini sağlayan karmaşık sayıların geometrik yerinin merkezi olan nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, 1) B) (1, 0) C) (0, –1) D) (–1, 0) E) (1, –1)

3.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde görüntüsü verilen çember aşağıdaki eşitliklerden hangisinin geometrik yer denklemidir?

A) $|z - 3i| = 2$
B) $|z + 3| = 2$
C) $|z - 3i| = 4$
D) $|z - 3 + 5i| = 2$
E) $|z - 3| = 2$

4. **Merkezi (3, –1) noktası ve yarıçapı 2 birim olan çember aşağıdaki eşitliklerden hangisinin geometrik yer denklemidir?**

A) $|z - 3 - i| = 2$
B) $|z - 3 + i| = 2$
C) $|z - 3 - i| = 4$
D) $|z - 3 + i| = 4$
E) $|z - 1 + 3i| = 2$

karekök

B A E B

köşetaşı

1) $|z - 1 + 3i| < 2$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının kümesini karmaşık düzlemde gösteriniz.

2) $|w + 2 - i| \geq 1$ koşulunu sağlayan w karmaşık sayılarının kümesini karmaşık düzlemde gösteriniz.

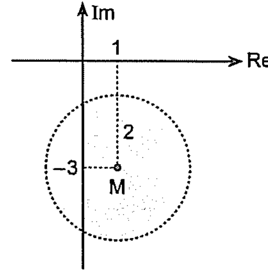
açıklamalı çözüm

Bir önceki köşetaşında olduğu gibi bu köşetaşında da çember çizeceğiz. Fakat bu köşetaşındaki geometrik yer soruları eşitsizlik içerdiğinden çember çizmekle kalmayıp bir de tarama yapacağız. Eşitsizlik sorularında tarama yaparken iki önemli hususa dikkat etmeliyiz,

i) <, > işaretleri kullanılıyorsa çemberi kesik çizgilerle, ≤, ≥ işaretleri kullanıyorsa çemberi düz çizgiyle çizeriz.

ii) $|z - z_0| < r$ (küçüktür kullanılıyorsa) ise çemberin iç tarafını,

$|z - z_0| > r$ (büyüktür kullanılıyorsa) ise çemberin dış tarafını tararız.



1) $|z - 1 + 3i| < 2$ ise $|z - (1 - 3i)| < 2$ olur.

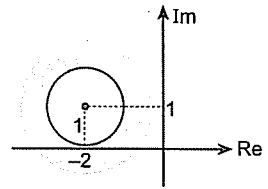
i) M(1, −3) ve r = 2 br olan çember kesikli çizgilerle çizilir.

ii) $|z - (1 - 3i)| < 2$ (küçüktür kullanıldığından) olduğundan çemberin iç kısmı taranır.

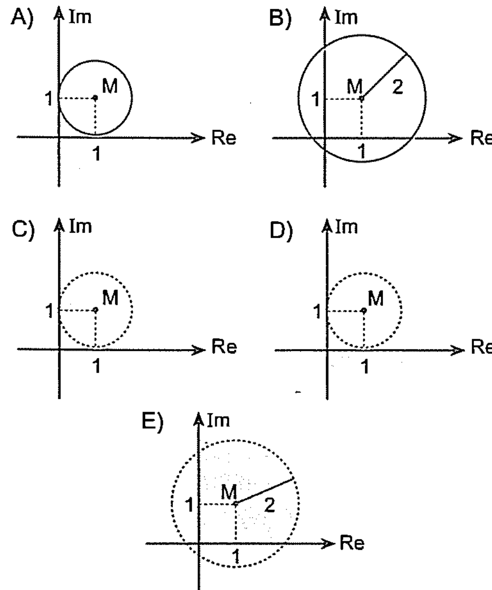
2) $|w + 2 - i| \geq 1$ ise $|w - (-2 + i)| \geq 1$ olur.

i) M(−2, 1) ve r = 1 br olan çember düz çizgi ile çizilir.

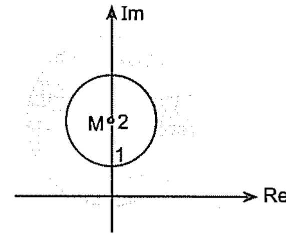
ii) $|w + 2 - i| \geq 1$ (büyüktür kullanıldığından) olduğundan çemberin dış kısmı taranır.



1. **$|z - 1 - i| < 4$ eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemde gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?**



2.



Yukarıdaki şekilde, M(0, 2) merkezli olan ve (0, 1) noktasından geçen çemberin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $|z - 2| \geq 2$ B) $|z - 2i| \geq 1$

C) $|z - 2i| > 2$ D) $|z + 2i| \geq 1$

E) $|z - 2i| > 1$

karekök

E | B

köşetaşı

$1 < |z + 3 - 5i| \leq 2$

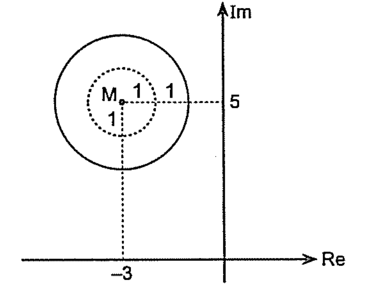
koşulunu sağlayan z karmaşık sayılarının kümesini karmaşık düzlemde gösteriniz.

açıklamalı çözüm

$1 < |z + 3 - 5i| \leq 2$ eşitsizliği esasında iki farklı eşitsizlikten oluşmaktadır. Bunlardan biri $1 < |z + 3 - 5i|$, diğeri ise $|z + 3 - 5i| \leq 2$ dir. Bu eşitsizliği karmaşık düzlemde gösterirken ikisini birden sağlayan ortak bölgeyi taramamız gerekir.

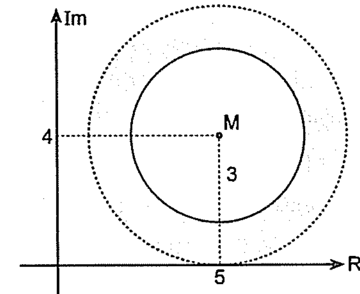
$1 < |z - (-3 + 5i)| \leq 2$

$1 < \lvert z - (-3 + 5i) \rvert$	$\lvert z - (-3 + 5i) \rvert \leq 2$
M (−3, 5) ve yarıçapı 1 birim olan çemberin dış kısmı taranır.	M (−3, 5) ve yarıçapı 2 birim olan çemberin iç kısmı taranır.



Çemberlerin merkezlerinin aynı olduğuna dikkat ediniz. Birinde yarıçapı 1 birim olan çemberin dış kısmı, diğerinde ise yarıçapı 2 birim olan çemberin iç kısmı taranacağından ortak olan bölge yarıçapı 1 birim ve 2 birim olan çemberler arasında kalan bölgedir.

1.



Yukarıdaki şekilde, M(5, 4) merkezli ve yarıçapları 3 birim ve 4 birim olan çemberler verilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $3 \leq |z - 4 - 5i| < 4$

B) $3 < |z - 5 - 4i| \leq 4$

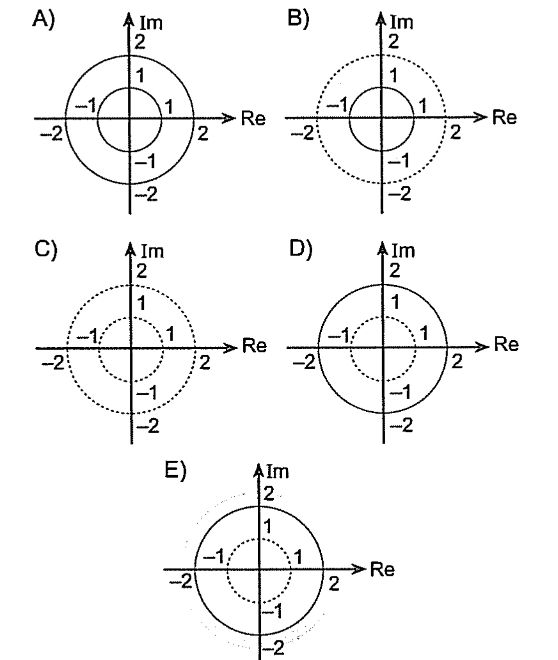
C) $3 \leq |z - 5 - 4i| < 4$

D) $3 \leq |z - 5 + 4i| < 4$

E) $3 < |z + 5 + 4i| \leq 4$

2. $1 < |z| \leq 2$

eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?



karekök

C | D

TARAMA TESTİ

1. $z_1 = 2 - 5i$

$z_2 = 5 - i$

olduğuna göre, $|z_1 - z_2|$ değeri kaçtır?

A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $2\sqrt{5}$ E) 5

2. z karmaşık sayısı için,

$|z| + |\bar{z}| + i \cdot |-z| = 4 + bi$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, b kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\left|\dfrac{(2-3i)(3+4i)}{3-2i}\right|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{13}$ B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

4. $|(\sqrt{7} - \sqrt{2}i)^3|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 27

5. $\left|\dfrac{(\sqrt{3}-i)^2\sqrt{\sqrt{15}+i}}{(1-i)^3}\right|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 8

6. $|z| - z = 1 + 3i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 – 3i B) 3 – 4i C) 3 + 4i D) 3 – 2i E) 2 + 3i

karekök

7. z karmaşık sayısı için,

$|z| + |\bar{z}| = 6$

olduğuna göre, $z \cdot \bar{z}$ çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 36

8. $z_1 = 6 + 9i$

$z_2 = i$

olduğuna göre, z_1 ile z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

9. $|z| = |z - 2i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Yarıçapı 2 birim olan bir çember
B) Birbirine dik iki doğru
C) Bir parabol
D) Sanal eksene dik bir doğru
E) Gerçel eksene dik bir doğru

10. $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 9$

denklemi ile verilen çemberin merkezi ve yarıçapı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) M(2, 5), r = 3 B) M(–2, 5), r = 3
C) M(–2, –5), r = 3 D) M(–2, 5), r = 9
E) M(2, 5), r = 9

11. $|z + 3i| = 4$

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Merkezi (0, 3) ve yarıçapı 4 birim olan çember
B) Merkezi (0, –3) ve yarıçapı 4 birim olan çember
C) Merkezi (0, –3) ve yarıçapı 2 birim olan çember
D) Merkezi (0, 3) ve yarıçapı 2 birim olan çember
E) Merkezi (0, –3) ve yarıçapı 16 birim olan çember

12.

Im, 1, M, Re

Karmaşık düzlemde görüntüsü verilen çember aşağıdaki eşitliklerden hangisinin geometrik yer denklemidir?

A) $|z - 1| = 1$ B) $|z - 1 + i| = 1$
C) $|z - i| = 1$ D) $|z + 1 - i| = 1$
E) $|z + 1| = 1$

karekök

13.

Im, M(2, 0), Re

Yukarıda M(2, 0) merkezli ve sanal eksene teğet olan çemberin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $|z - 2| \le 1$ B) $|z - 2| \le 2$ C) $|z - 2| < 2$
D) $|z - 2i| \le 2$ E) $|z - 2 - i| < 2$

14. $1 \le |z + 2 - 2i| < 2$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?

A) Im, M, 1, 2, 1, Re, –2
B) Im, M, 1, 2, 1, Re, –2
C) Im, M, 1, 2, 1, Re, –2
D) Im, M, 1, 2, 1, Re, –2
E) Im, M, 2, 1, 1, Re, 2

1 E 2 B 3 E 4 E 5 B 6 A 7 C 8 D 9 D 10 B 11 B 12 C 13 C 14 B

1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

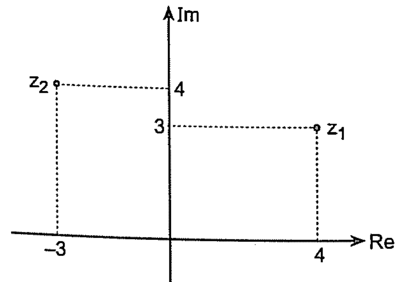
A) $|1 - i| = \sqrt{2}$ B) $|i| = 1$ C) $|2| = 2$

D) $|\sqrt{3} + i| = 2$ E) $|-2i| = 4$

2. $z = -3 + i$

olduğuna göre, $|z|$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 4

3. 

Yukarıdaki karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları verilmiştir.

Buna göre,

$|z_1 \cdot z_2| - (|z_1| + |z_2|)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

4. $\left|\dfrac{\sqrt{2} - i}{1 + \sqrt{2}i}\right|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{3}{4}$ C) 1 D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

5. Sıfırdan farklı z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için

I. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

II. $|z_1| = |\bar{z}_1|$

III. $|z_1| + |-\bar{z}_1| = 2 \cdot |-z_1|$

IV. $|z_1^n| = |z_1|^n$

V. $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $z = (1 - \sqrt{2}i)^4$

olduğuna göre, $|z|$ değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

7. $\left|\dfrac{(2 + i) \cdot (2 - i) \cdot 2i}{6 - 8i}\right|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) 1 C) $\dfrac{3}{2}$ D) 2 E) $\dfrac{5}{2}$

8. $\left|\dfrac{(\sqrt{17} + 2\sqrt{2}i)^4}{(1 - 2i)^2 \cdot (-3 + 4i)}\right|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 25 B) 20 C) 15 D) 10 E) 5

karmaşık sayıların modülü

9. $z = \sqrt[3]{3\sqrt{2} - 3i}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

10. $z_1 = 3 - 3i$

$z_2 = i$

olduğuna göre, $|z_1 - z_2|$ değeri kaçtır?

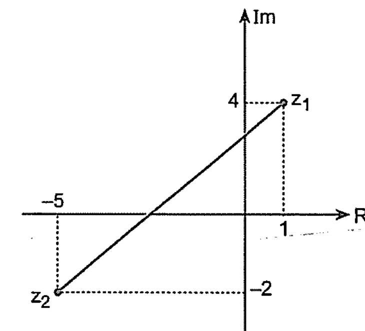
A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

11. $z_1 = 2$

$z_2 = 2i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 8

12. 

Yukarıdaki karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları gösterilmiştir.

Buna göre, z_1 ve z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 6 B) $2\sqrt{13}$ C) 8 D) $6\sqrt{2}$ E) 10

13. $z_1 = 1$

$z_2 = -2$

$z_3 = -1 + i$

karmaşık sayılarını köşe kabul eden üçgenin en uzun kenarının uzunluğu kaç birimdir?

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

14. $|z + 1| = |z - i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 2y + 1 = 1$ B) $x - 2y - 1 = 0$

C) $x + y - 1 = 0$ D) $x + y = 0$

E) $x - y = 0$

15. $|z - 3i| = 3$

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

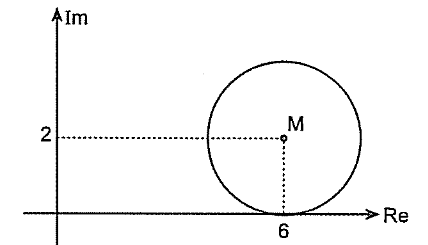
A) Merkezi (0, –3) ve yarıçapı 3 birim olan çember

B) Merkezi (0, –3) ve yarıçapı 9 birim olan çember

C) Merkezi (0, 3) ve yarıçapı 3 birim olan çember

D) Merkezi (0, 3) ve yarıçapı 9 birim olan çember

E) Merkezi (–3, 0) ve yarıçapı 3 birim olan çember

16. 

Yukarıda M(6, 2) merkezli ve x eksenine teğet olan çemberin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $|z - 2 + 6i| < 2$ B) $|z - 2 + 6i| < 4$

C) $|z - 2 - 6i| \leq 2$ D) $|z - 6 - 2i| \leq 4$

E) $|z - 6 - 2i| \leq 2$

karekök

1 E	2 C	3 B	4 C	5 E	6 D	7 B	8 A	9 B	10 C	11 B	12 D	13 D	14 D	15 C	16 E

KONU TESTİ - 1 (Çözümler)

1. $|-2i| = \sqrt{0^2 + (-2)^2} = 2$ dir.

Yanıt E

2. $z = -3 + i \Rightarrow |z| = |-3 + i|$

$= \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ olur.

Yanıt C

3. Karmaşık düzleme bakılırsa;

$z_1 = 4 + 3i$ ve $z_2 = -3 + 4i$ dir.

$|z_1| = \sqrt{16 + 9} = 5$

$|z_2| = \sqrt{9 + 16} = 5$

$|z_1 \cdot z_2| - (|z_1| + |z_2|) = |z_1| \cdot |z_2| - (|z_1| + |z_2|)$

$= 5 \cdot 5 - (5 + 5) = 15$ olur.

Yanıt B

4. $\left|\dfrac{\sqrt{2} - i}{1 + \sqrt{2}i}\right| = \dfrac{|\sqrt{2} - i|}{|1 + \sqrt{2}i|} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$ olur.

Yanıt C

5. Verilen 5 ifadenin hepsi doğrudur.

Yanıt E

6. $z = (1 - \sqrt{2}i)^4 \Rightarrow |z| = |(1 - \sqrt{2}i)^4|$

$\Rightarrow |z| = |1 - \sqrt{2}i|^4$

$\Rightarrow |z| = (\sqrt{3})^4$

$\Rightarrow |z| = 9$ olur.

Yanıt D

7. $\left|\dfrac{(2 + i) \cdot (2 - i) \cdot 2i}{6 - 8i}\right| = \dfrac{|2 + i| \cdot |2 - i| \cdot |2i|}{|6 - 8i|}$

$= \dfrac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot 2}{10}$

$= \dfrac{10}{10} = 1$ olur.

Yanıt B

8. $\left|\dfrac{(\sqrt{17} + 2\sqrt{2}i)^4}{(1 - 2i)^2 \cdot (-3 + 4i)}\right| = \dfrac{|\sqrt{17} + 2\sqrt{2}i|^4}{|1 - 2i|^2 \cdot |-3 + 4i|}$

$= \dfrac{5^4}{(\sqrt{5})^2 \cdot 5}$

$= \dfrac{5^4}{5^2} = 25$ olur.

Yanıt A

9. $z = \sqrt[3]{3\sqrt{2} - 3i}$ karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı $|z|$ dir.

$|z| = \left|\sqrt[3]{3\sqrt{2} - 3i}\right| = \sqrt[3]{|3\sqrt{2} - 3i|}$

$= \sqrt[3]{3\sqrt{3}}$

$= \sqrt{3}$ olur.

Yanıt B

10. $z_1 = 3 - 3i$ ve $z_2 = i$

$|z_1 - z_2| = |3 - 3i - i|$

$= |3 - 4i|$

$= \sqrt{25} = 5$ olur.

Yanıt C

11. $z_1 = 2$ ve $z_2 = 2i$

$|z_1 - z_2| = |2 - 2i| = 2\sqrt{2}$ olur.

Yanıt B

12. Karmaşık düzleme baktığımızda;

$z_1 = 1 + 4i$ ve $z_2 = -5 - 2i$ dir.

$|z_1 - z_2| = |1 + 4i - (-5 - 2i)|$

$= |6 + 6i|$

$= 6\sqrt{2}$ olur.

Yanıt D

13. $|z_1 - z_2| = |1 - (-2)| = |3| = 3$

$|z_1 - z_3| = |1 - (-1 + i)| = |2 - i| = \sqrt{5}$

$|z_2 - z_3| = |-2 - (-1 + i)| = |-1 - i| = \sqrt{2}$

$3 > \sqrt{5} > \sqrt{2}$ olduğundan en uzun kenar 3 olarak bulunur.

Yanıt D

14. $z = x + yi$ olsun.

$|z + 1| = |z - i|$

$\Rightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2}$

$\Rightarrow (x + 1)^2 + y^2 = x^2 + (y - 1)^2$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1$

$\Rightarrow x + y = 0$ olur.

Yanıt D

15. $|z - 3i| = 3 \Rightarrow |z - (0 + 3i)| = 3$

z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri M(0, 3) ve yarıçapı r = 3 olan çemberdir.

Yanıt C

16. Merkezi M(6, 2) ve yarıçapı r = 2 olan çemberin iç kısmı tarandığından;

$|z - (6 + 2i)| \le 2$ veya $|z - 6 - 2i| \le 2$

taralı bölgeyi ifade eden eşitsizliktir.

Yanıt E

KONU TESTİ - 2

1. $z = (1 - i)(2i - 2)\cdot 2i$

olduğuna göre, $|z| + |\bar{z}|$ toplamı kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

2. $z = \dfrac{3-i}{2+i}$

olduğuna göre, $|z^2|$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $z^2 = 2\sqrt{5} - \sqrt{5}i$

olduğuna göre, z nin normu kaçtır?

A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

4. $\left|\left(\dfrac{2-3i}{3+2i}\right)^{2012}\right|$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $(1 - i)\cdot z = 2 + 2i$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

6. $z_1 = \sqrt{3} - i$

$z_2 = 1 - 2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $|z_1^{-1}\cdot\bar{z}_2|$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C) 1 D) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ E) 2

7. $z = \sqrt{4 - 2\sqrt{5}i}$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{2}$

8. $z_1 + 12 - 5i = z_2$

olduğuna göre, z_1 ve z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\sqrt{13}$ B) 5 C) 9 D) 12 E) 13

9. $i\cdot z = 3 - i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı ile başlangıç noktası arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$ D) $\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{3}$

10. a pozitif gerçel sayısı olmak üzere, z = 4 + a·i karmaşık sayısının i karmaşık sayısına olan uzaklığı 5 birim olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. x ve y reel sayı olmak üzere, z = x + yi karmaşık sayıları veriliyor.

$z\cdot\bar{z} - 6 = |z|$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

12. $\bar{z} + |z| = 9 - 3i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5}$ C) 3 D) 4 E) 5

13. $|z - i| > 3$

eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Merkezi (1, 0) ve yarıçapı 3 birim olan çemberin dış bölgesi

B) Merkezi (0, 1) ve yarıçapı 9 birim olan çemberin iç bölgesi

C) Merkezi (0, 1) ve yarıçapı 3 birim olan çemberin iç bölgesi

D) Merkezi (0, 1) ve yarıçapı 9 birim olan çemberin dış bölgesi

E) Merkezi (0, 1) ve yarıçapı 3 birim olan çemberin dış bölgesi

14. $|z| = |z - 3i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Yarıçapı 3 birim olan bir çember

B) Orijinden geçen doğru

C) Bir parabol

D) Sanal eksene dik bir doğru

E) Gerçel eksene dik bir doğru

15. $2 \le |z| \le 5$

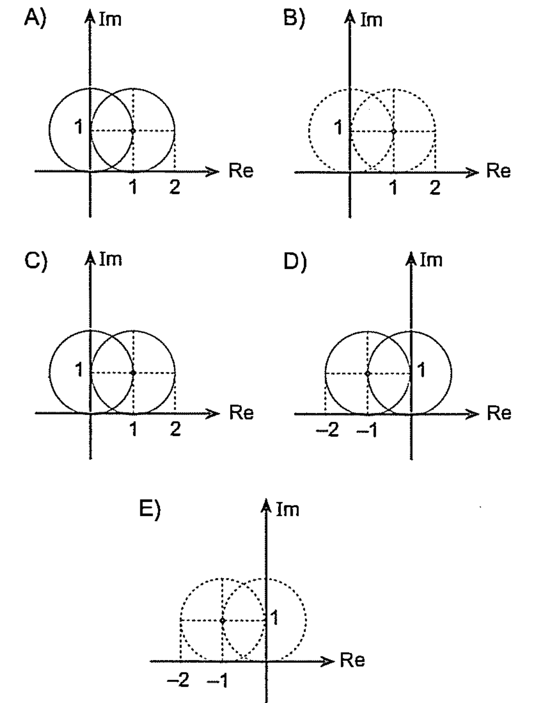
eşitsizlik sistemini sağlayan z karmaşık sayılarının oluşturduğu düzlemsel bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 21π B) 22π C) 23π D) 24π E) 25π

16. $A = \{z: z\in C, |z - 1 - i| \le 1\}$

$B = \{z: z\in C, |z - i| \le 1\}$

olduğuna göre, $A\cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak gösterilmiştir?



1 C 2 B 3 B 4 A 5 D 6 D 7 D 8 E 9 D 10 C 11 B 12 E 13 E 14 D 15 A 16 C

1. $z=\frac{1+ix}{1-ix}$ $(i^2=-1)$

olduğuna göre, |z| nin değeri nedir?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

(ÖYS 1981)

2. Karmaşık düzlemde A(4 + 6i), B(–2 – i), C(4 + 5i) noktaları veriliyor.

A nın [BC] nin ortasına olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

(ÖYS 1991)

3. **Karmaşık düzlemde z = 3 – i olduğuna göre, $|z^{-1}|$ kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{20}$ D) $\frac{\sqrt{15}}{30}$ E) $\frac{\sqrt{10}}{50}$

(ÖYS 1993)

karekök

4. **|z + 2 – i| = 10 eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $(x-1)^2+(y-1)^2=16$

B) $(x-3)^2+(y-1)^2=64$

C) $(x+2)^2+(y-1)^2=100$

D) $(x-4)^2+(y-1)^2=81$

E) $(x-4)^2+(y+4)^2=121$

(ÖYS 1994)

5. **z = x + iy ve |z| = |z – 2| olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) Gerçel eksene dik bir doğru

B) Sanal eksene dik bir doğru

C) 2 birim çaplı bir çember

D) Bir elips

E) Bir parabol

(ÖYS 1995)

6. |z| + z = 3 – 2i

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{5}-2i$ B) $\frac{5}{6}-2i$ C) $\frac{3}{4}+2i$

D) $\frac{2}{3}-3i$ E) $\frac{3}{5}+3i$

(ÖSS 2006 II)

7. Karmaşık sayılar kümesi üzerinde ∗ işlemi,

$z_1 * z_2 = z_1 + z_2 + |z_1 \cdot z_2|$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, (1 – 2i) ∗ (2 + i) işleminin sonucu nedir?

A) 1 + 8i B) 1 – 8i C) 8 + i

D) 8 – i E) 2 – i

(ÖSS 2007 II)

8. **Karmaşık sayılar düzleminde**

|z – 1| = |z + 2|

denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) x = 1 doğrusu

B) $x=\frac{-1}{2}$ doğrusu

C) x = 2 doğrusu

D) $(x-1)^2+y^2=1$ çemberi

E) $x^2+(y+2)^2=1$ çemberi

(LYS 2010)

1 C 2 A 3 A 4 C 5 A 6 B 7 D 8 B

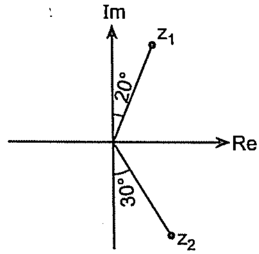
BÖLÜM 3

Karmaşık Sayıların Kutupsal Gösterimi

KÖŞETAŞI **KAZANIMLAR**

1. Karmaşık sayının argümentini tanımlar ve eksenlerle yaptığı açıları belli olan karmaşık sayının argümentini bulur.
2. Standart biçimde verilen karmaşık sayının argümentini bulur.
3. Karmaşık sayının kutupsal koordinatlarını bulur.
4. Standart biçimde verilen karmaşık sayıyı kutupsal biçimde yazar.
5. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayının modülünü, argümentini ve kutupsal koordinatlarını bulur.
6. Birim çemberde eksenler üzerinde bulunan açıların trigonometrik değerlerini hesaplar.
7. Geniş açıların trigonometrik değerlerini hesaplar.
8. Kutupsal gösterimi verilen karmaşık sayıları standart biçimde yazar.
9. Standart biçimde verilen karmaşık sayının argümentinin tanjantını hesaplar.
10. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yapar.
11. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayılarda çarpma işlemi yapar.
12. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayılarda bölme işlemi yapar.
13. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayılarda çarpma ve bölme işlemini bir arada yapar.
14. Kutupsal biçimde verilen karmaşık sayıların kuvvetini alır.
15. Standart biçimde verilen karmaşık sayıları kutupsal biçimde yazarak çarpma, bölme ve kuvvet alma işlemlerini yapar.
16. Sinüs ve kosinüs kısımlarının işaretleri farklı verilen karmaşık sayıların argümentini hesaplar ve kutupsal biçimde yazar.
17. Karmaşık sayının n. dereceden köklerini hesaplamayı öğrenir ve kareköklerini bulur.
18. Karmaşık sayının n. dereceden köklerini hesaplar.

köşetaşı



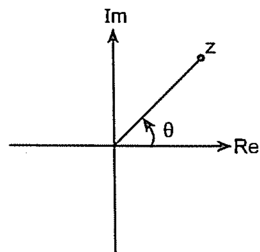
Yandaki karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları veriliyor.

1) z_1 karmaşık sayısının argümenti kaçtır?

2) $arg(z_2)$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

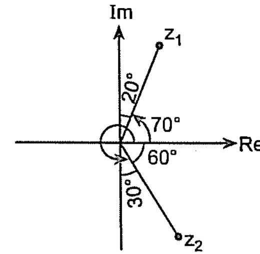
Karmaşık Düzlemde Gösterilen Karmaşık Sayının Argümenti



z karmaşık sayısını orijine birleştiren doğrunun Ox ekseniyle pozitif yönde (saat yönünün tersi) yaptığı açıya z karmaşık sayısının argümenti denir ve arg(z) ile gösterilir.

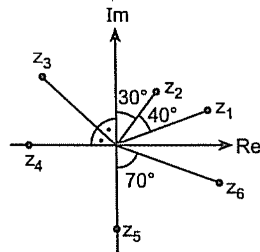
Şekildeki z karmaşık sayısı için,

$arg(z) = \theta$ dır.



1) $arg(z_1) = 90° - 20° = 70°$

2) $arg(z_2) = 360° - 60° = 300°$



Karmaşık düzlemde z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 ve z_6 karmaşık sayıları veriliyor.

Aşağıdaki sorular için yukarıdaki grafiği kullanınız.

1. **z_1 karmaşık sayısının argümenti kaç derecedir?**

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 70

2. **z_3 karmaşık sayısının x ekseniyle yaptığı pozitif yönlü açı kaç derecedir?**

A) 45 B) 90 C) 135 D) 150 E) 180

3. **Aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?**

A) $arg(z_2) = 60°$

B) $arg(z_4) = 180°$

C) $arg(z_6) = 340°$

D) Argümenti en büyük olan karmaşık sayı z_6 dır.

E) $arg(z_5) = 3 \cdot arg(z_3)$

4. **z_5 karmaşık sayısının reel eksene göre simetriği olan karmaşık sayının argümenti kaç derecedir?**

A) 60 B) 70 C) 90 D) 105 E) 135

karekök

A	C	E	C

köşetaşı

Aşağıda verilen karmaşık sayıların argümentlerini bulunuz.

1) $z_1 = 1 + i$ 2) $z_2 = -2\sqrt{3} + 2i$ 3) $z_3 = -3i$

açıklamalı çözüm

Standart Biçimde Verilen Karmaşık Sayının Argümentini Bulma

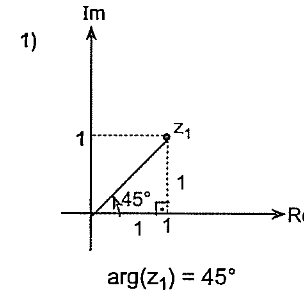
Karmaşık sayıların kutupsal gösterimini yazabilmemiz için bize verilen karmaşık sayıların argümentlerini bulabilmemiz gerekecek. Bunu yapabilmemiz için aşağıda verilen adımları takip etmeliyiz.

i) Verilen karmaşık sayıya karşılık gelen noktayı karmaşık düzlemde işaretleriz.

ii) İşaretlediğimiz noktayla orijini birleştiririz.

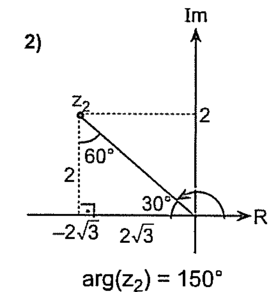
iii) Oluşan dik üçgenin açılarını bularak argümentini belirleriz.

1)



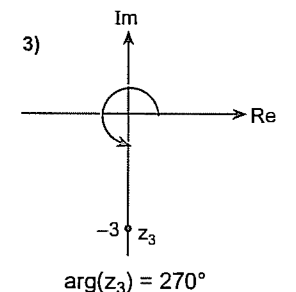
$arg(z_1) = 45°$

2)



$arg(z_2) = 150°$

3)



$arg(z_3) = 270°$

1. $z = 2 - 2i$

karmaşık sayısının argümenti kaç derecedir?

A) 135 B) 180 C) 225 D) 270 E) 315

2. $z = -3 - 3\sqrt{3}i$

karmaşık sayısının argümenti kaç radyandır?

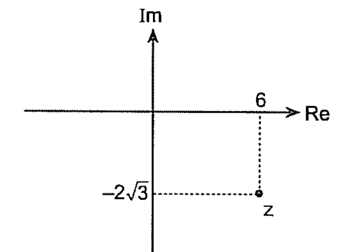
A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

3. $z = a + bi$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatları $(|z|, arg(z))$ dir.

Buna göre, $w = 1 - \sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) (2,240°) B) (2,300°) C) (2,330°) D) (4,240°) E) (4,300°)

4.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde z karmaşık sayısı gösterilmiştir.

Buna göre, arg(z) kaç derecedir?

A) 300 B) 315 C) 330 D) 340 E) 345

karekök

E	D	B	C

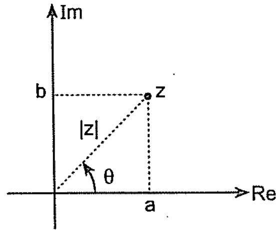
köşetaşı

1) $z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatlarını bulunuz.

2) Kutupsal koordinatları A(4,330°) olan w karmaşık sayısını karmaşık düzlemde göstererek standart biçimde yazınız.

açıklamalı çözüm

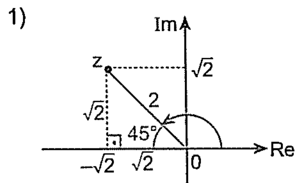
Kutupsal Koordinatlar



$z = a + bi$ şeklindeki bir karmaşık sayının modülü ve argümentiyle oluşturulan koordinatlarına kutupsal koordinatları denir.

$z = a + bi$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatları (|z|, arg(z)) dir.

1)



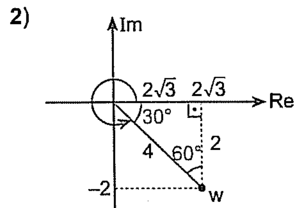
$z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$ ise $|z| = \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2$ dir.

$|z| = 2$ olduğunu şekildeki (45°–45°–90°) dik üçgenden de görebiliriz.

arg(z) = 180° – 45° = 135° dir.

z karmaşık sayısının kutupsal koordinatları (2,135°) olarak bulunur.

2)



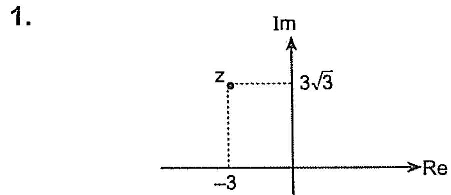
w karmaşık sayısının kutupsal koordinatları

A(4,330°) ise $|w| = 4$ ve arg(w) = 330° dir.

Şekilde oluşan 30°–60°–90° üçgeninden $Re(w) = 2\sqrt{3}$ ve $Im(w) = -2$ olur.

$w = 2\sqrt{3} - 2i$ bulunur.

1.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde verilen z karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) (6,120°) B) (6,150°) C) (3,120°) D) (3,150°) E) (9,120°)

2. Kutupsal koordinatları A(2, 30°) olan z karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $1 - \sqrt{3}i$ C) $\sqrt{3} - i$ D) $\sqrt{3} + i$ E) $2\sqrt{3} + 2i$

3. $z = \sqrt{3} - i$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2,210°) B) (2,240°) C) (2,300°) D) (2,330°) E) (2,360°)

4. $z = -4i$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(4, \frac{\pi}{2}\right)$ B) $(4, \pi)$ C) $\left(4, \frac{3\pi}{2}\right)$ D) $\left(2\sqrt{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ E) $(2\sqrt{2}, 2\pi)$

karekök

A | D | D | C

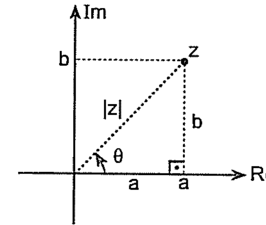
köşetaşı

$z = -2 + 2\sqrt{3}i$

karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

açıklamalı çözüm

Kutupsal Biçimde Yazma



Standart yazılışı $z = a + bi$ olan karmaşık sayı karmaşık düzlemde gösterilmiştir.

$\cos\theta = \frac{a}{|z|} \Rightarrow a = |z| \cdot \cos\theta$

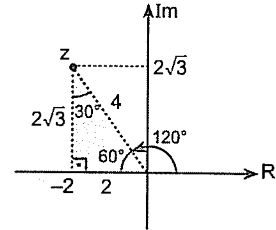
$\sin\theta = \frac{b}{|z|} \Rightarrow b = |z| \cdot \sin\theta$

$z = a + bi$ karmaşık sayısında a yerine $|z|\cdot\cos\theta$ ve b yerine $|z|\cdot\sin\theta$ yazarsak;

$z = a + b\cdot i \Rightarrow z = |z|\cdot\cos\theta + |z|\cdot\sin\theta\cdot i \Rightarrow z = |z|\cdot(\cos\theta + i\cdot\sin\theta)$ eşitliğini elde ederiz.

Kısaca, argümenti θ ve mutlak değeri (modülü) |z| olan z karmaşık sayısının kutupsal gösterimi;

$z = |z|\cdot(\cos\theta + i\cdot\sin\theta)$ şeklindedir.



Şekilde görüldüğü gibi;

✲ arg(z) = 180° – 60° = 120° dir.

✲ 30°–60°–90° dik üçgeninden |z| = 4 birimdir.

$z = 4\cdot(\cos 120° + i\cdot\sin 120°)$ olur.

NOT: $z = |z|\cdot(\cos\theta + \sin\theta\cdot i)$ ifadesini kısaca $z = |z|\cdot \text{cis}\theta$ olarak yazabiliriz.

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 1 + i$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}\cdot(\sin 45° + i\cdot\cos 45°)$
B) $\sqrt{2}\cdot(\cos 45° + i\cdot\sin 45°)$
C) $2\cdot(\cos 45° + i\cdot\sin 45°)$
D) $2\cdot(\cos 45° + i\cdot\sin 45°)$
E) $\sqrt{2}\cdot(\cos 135° + i\cdot\sin 135°)$

2. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 3i$ karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $\sqrt{3}\,\text{cis}\frac{\pi}{2}$ B) $\sqrt{3}\,\text{cis}\pi$ C) $\sqrt{3}\,\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ D) $3\,\text{cis}\frac{\pi}{2}$ E) $3\,\text{cis}\,\pi$

3. $z = 2\sqrt{3} - 2i$ karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\cdot\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{\pi}{6}\right)$ B) $4\cdot\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{3\pi}{3}\right)$

C) $4\cdot\left(\cos\frac{8\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{8\pi}{3}\right)$ D) $4\cdot\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

E) $4\cdot\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{11\pi}{6}\right)$

4. $z = -2$ karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2cis0 B) 2 cisπ C) $2\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ D) $\sqrt{2}$ cis0 E) $\sqrt{2}$ cisπ

karekök

B | D | E | B

köşetaşı

Kutupsal gösterimi $z = 3\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i \cdot \sin\frac{7\pi}{6}\right)$ şeklinde olan karmaşık sayının;

1) Modülünü (mutlak değerini) bulunuz.

2) Argümentini bulunuz.

3) Kutupsal koordinatlarını yazınız.

açıklamalı çözüm

$z = 3 \cdot \left(\cos\frac{7\pi}{6} + i \cdot \sin\frac{7\pi}{6}\right)$ karmaşık sayısının,

1) modülü (mutlak değeri) $|z| = 3$

2) argümenti $\arg(z) = \frac{7\pi}{6} = 210°$

3) kutupsal koordinatları $\left(3, \frac{7\pi}{6}\right)$

1. $z = \sqrt{3}(\cos 70 + i \cdot \sin 70)$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) 3

2. $z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{5} + i \cdot \sin\frac{2\pi}{5}\right)$

karmaşık sayısının argümenti kaç derecedir?

A) 30 B) 36 C) 45 D) 60 E) 72

3. $z = \sqrt{2}\cos 60° + \sqrt{2} \cdot i \cdot \sin 60°$

karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{6}\right)$ B) $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{3}\right)$ C) $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ D) $\left(\sqrt{2}, \frac{2\pi}{3}\right)$ E) $(\sqrt{2}, \pi)$

karekök

4. $z = \sqrt{3} \cdot \text{cis}150°$

karmaşık sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{3}$ B) 3 C) $\sqrt{3}$ D) $-\sqrt{3}$ E) $-2\sqrt{3}$

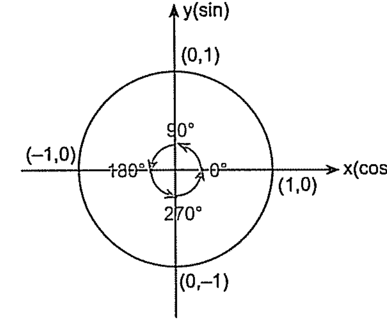
C E B C

köşetaşı

$\sin\pi + \cos 180° - \sin 90° + \cos 2\pi + \cos 1170° - \sin(-90°)$

işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm



Kutupsal gösterimi verilen bir karmaşık sayıyı standart biçimde yazabilmemiz için açıların trigonometrik değerlerini bilmemiz gerekir. 6. ve 7. köşetaşlarında açıların trigonometrik değerlerini nasıl bulduğumuzu hatırlayacağız.

x eksenine "cos" ekseni, y eksenine ise "sin" ekseni denir. Birim çemberin üzerindeki noktanın apsisi açının kosinüs değerini, ordinatı ise sinüs değerini verir.

	0°	90°	180°	270°	360°
cos	1	0	–1	0	1
sin	0	1	0	–1	0

Örneğin, $\alpha = 90°$ iken birim çember üzerindeki nokta $(0,1)$ olduğundan

$0 = \cos 90°$ $\sin 90° = 1$ dir.

Veya $\alpha = 180°$ iken birim çember üzerindeki nokta $(-1,0)$ olduğundan

$-1 = \cos 180°$ $\sin 180° = 0$ dır.

1170° nin esas ölçüsü 90° ve –90° nin esas ölçüsü 270° dir. Buna göre;

$\sin\pi + \cos 180° - \sin 90° + \cos 2\pi + \cos 1170° - \sin(-90°) = 0 + (-1) - 1 + 1 + 0 - (-1)$

$= -1 - 1 + 1 + 1 = 0$ bulunur.

1. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\frac{\sin 180° + \cos 180°}{\sin(-180°) + \cos 720°}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\sin\pi - \cos\pi + \sin\frac{3\pi}{2}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

karekök

4. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$\sin\frac{\pi}{2} \cdot i \cdot \cos\pi \cdot i^2$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) –2i B) –i C) 0 D) i E) 2i

D B B D

köşetaşı

$\sin 120° + \cos\frac{11\pi}{6} - \tan 240° + \cot 135°$

ifadesinin değerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

90° den büyük açıların trigonometrik değerlerini bulmayı trigonometri konusunda öğrenmiştik. Bu köşetaşında bu değerleri nasıl bulabildiğimizi hatırlayacağız.

90° den büyük açıların trigonometrik değerlerini bulabilmemiz için izlememiz gereken 2 adım vardır.

i) Verilen açıyı 180° veya 360° yi kullanarak yazmak.

ii) Açının bölgesine göre işaretini yazmak.

sin120° yi bulalım.

i) $\sin 120° = \sin(180° - 60°)$ (120° yi 180° yi kullanarak yazdık.)

ii) $\sin(180° - 60°) = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olur. (120° II. bölgededir ve sin fonksiyonu II. bölgede poziftir.)

$\cos\frac{11\pi}{6} = \cos 330° = \cos(360° - 30°) = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 240° = \tan(180° + 60°) = \tan 60° = \sqrt{3}$

$\cot 135° = \cot(180° - 45°) = -\cot 45° = -1$

$\sin 120° + \cos\frac{11\pi}{6} - \tan 240° + \cot 135° = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} + (-1) = -1$ bulunur.

1. **sin30° + sin150° toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) −1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

2. **cot135° + tan(−45°) toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) $\sqrt{3}$

3. **sin270°·sin240° + cos180°·cos330° toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) −1 B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\frac{\sin 180° \cdot \cos 150°}{\tan 315°}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{3}$ B) −1 C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 0 E) 2

karekök

E A D D

köşetaşı

Kutupsal gösterimi verilen aşağıdaki karmaşık sayıları standart biçimde yazınız.

1) $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$

2) $z_2 = 6(\cos 240° + i\cdot\sin 240°)$

2) $z_3 = 3\,\text{cis}\frac{3\pi}{2}$

4) $z_4 = \sqrt{2}\cdot\text{cis}(-135°)$

açıklamalı çözüm

Kutupsal Gösterimi Verilen Karmaşık Sayıyı Standart Biçimde Yazma

Kutupsal gösterimi verilen karmaşık sayıları standart biçimde yazabilmemiz için trigonometrik değerleri yazarak ifadeyi düzenlememiz yeterli olacaktır.

1) $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2\cdot(\cos 45° + i\cdot\sin 45°) = 2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$

2) $z_2 = 6\cdot(\cos 240° + i\cdot\sin 240°) = 6\cdot\left(-\frac{1}{2} - i\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3 - 3\sqrt{3}\,i$

3) $z_3 = 3\cdot\text{cis}\frac{3\pi}{2} = 3\cdot(\cos 270° + i\cdot\sin 270°) = 3\cdot(0 - i\cdot 1) = -3i$

4) $z_4 = \sqrt{2}\cdot\text{cis}(-135°) = \sqrt{2}\cdot(\cos(-135°) + i\cdot\sin(-135°)) = \sqrt{2}\cdot(\cos 225° + i\cdot\sin 225°)$

$= \sqrt{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 - i$

1. $z = 2\,\text{cis}\pi$

karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) −2 + 2i B) 2 − 2i C) −2 D) 2i E) 2

2. $z = \sqrt{3}\cdot\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

karmaşık sayısının standart biçimde gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ C) $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}$

3. $z = 6\,\text{cis}2\pi$

karmaşık sayısının standart biçimde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6i B) −6i C) 6 D) −6 E) 6 + 6i

4. **Kutupsal koordinatları (4, −90°) olan karmaşık sayının standart biçimde gösterimi aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?**

A) −4 B) −4i C) 4 D) 4i E) 4 − 4i

karekök

C E C B

köşetaşı

$z - i = 4 - 3i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, tanθ kaçtır?

açıklamalı çözüm

Argümentin tanjantını hesaplama

$z = a + bi$ karmaşık sayının argümenti θ olsun.

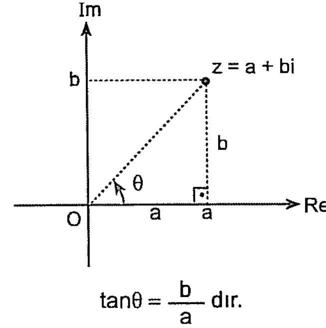
$\tan\theta = \frac{b}{a}$

Buna göre;

$z - i = 4 - 3i \Rightarrow z = 4 - 3i + i \Rightarrow z = 4 - 2i$ olur.

$z = 4 - 2i$ karmaşık sayısının argümenti θ olsun.

$\tan\theta = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ bulunur.



$\tan\theta = \frac{b}{a}$ dır.

1. $z = 1 - i$

karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, tanθ kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

2. $z = -2 + 5i$

karmaşık sayısının argümentinin tanjantı kaçtır?

A) –5 B) $-\frac{5}{2}$ C) –2 D) –1 E) $\frac{5}{2}$

3. $z_1 = 2 - i$

$z_2 = 3 - 4i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$z_1 - z_2$ karmaşık sayısının argümenti α olduğuna göre, tanα kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

4. $z = 3 - i$

olduğuna göre, $z \cdot \bar{z}$ karmaşık sayısının argümentinin tanjantı kaçtır?

A) –3 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0 D) $\frac{1}{3}$ E) 3

A	B	A	C

köşetaşı

$z_1 = 2\text{cis}45°$ ve $z_2 = 4\text{cis}135°$

olduğuna göre, $z_1 - z_2$ yi hesaplayınız.

açıklamalı çözüm

Kutupsal Gösterimde Toplama ve Çıkarma

Verilen karmaşık sayıların argümentleri trigonometrik oranları bilinen açılar olduğunda karmaşık sayılar standart biçimde yazılarak toplama veya çıkarma işlemi yapılır.

$z_1 = 2 \cdot \text{cis}45° = 2(\cos 45° + i \cdot \sin 45°) = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$

$z_2 = 4 \cdot \text{cis}135° = 4(\cos 135° + i \cdot \sin 135°) = 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

$z_1 - z_2 = (\sqrt{2} + \sqrt{2}i) - (-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i) = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2} - 2\sqrt{2})i = 3\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

1. $z_1 = 2\text{cis}90°$ ve $z_2 = 3\text{cis}180°$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 – 3i B) 2 + 3i C) –2 + 3i D) –3 + 2i E) 2i + 3

2. $z_1 = 2\text{cis}120°$ ve $z_2 = 4\text{cis}\frac{4\pi}{3}$

olduğuna göre, $z_1 - z_2$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2 - \sqrt{3}i$ B) $2 + \sqrt{3}i$ C) $1 + \sqrt{3}i$ D) $1 + 3\sqrt{3}i$ E) $1 - 3\sqrt{3}i$

3. $z_1 = \cos\frac{\pi}{2} + i \cdot \sin\frac{\pi}{2}$

$z_2 = 2(\cos 2\pi + i \cdot \sin 2\pi)$

olduğuna göre, $|z_1 + z_2|$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

4. $z_1 = \text{cis}210°$ ve $z_2 = \text{cis}330°$

olduğuna göre, $|2z_1 - 6\bar{z_2}|$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{13}$ D) 8 E) $6\sqrt{2}$

D	D	C	D

köşetaşı

$z_1 = \cos75° + i\cdot\sin75°$ ve $z_2 = 2(\cos45° + i\cdot\sin45°)$ karmaşık sayıları için,

1) $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısının mutlak değerini bulunuz.

2) $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısının argümentini bulunuz.

3) $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kutupsal Gösterimde Çarpma (De'Moivre Kuralı)

Kutupsal biçimde verilmiş iki karmaşık sayı çarpıldığında;

i) Çarpımın mutlak değeri, karmaşık sayıların mutlak değerlerinin çarpımına eşittir.

ii) Çarpımın argümenti ise karmaşık sayıların argümentlerinin toplamına eşittir.

$z_1 = |z_1|\cdot(\cos\alpha + i\cdot\sin\alpha)$ ve $z_2 = |z_2|\cdot(\cos\beta + i\cdot\sin\beta)$ olsun.

$|z_1 \cdot z_2| = |z_1|\cdot|z_2|$

$\arg(z_1\cdot z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2) = \alpha + \beta$

$$z_1\cdot z_2 = |z_1|\cdot|z_2|\cdot[\cos(\alpha+\beta) + i\cdot\sin(\alpha+\beta)]$$

Köşetaşının çözümü:

$z_1 = \cos75° + i\cdot\sin75°$ ve $z_2 = 2(\cos45° + i\cdot\sin45°)$ ise

1) $|z_1\cdot z_2| = |z_1|\cdot|z_2| = 1\cdot 2 = 2$

2) $\arg(z_1\cdot z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2) = 75° + 45° = 120°$

3) $z_1\cdot z_2 = 1\cdot 2\cdot[(\cos(75° + 45°) + i\cdot\sin(75° + 45°)] \Rightarrow z_1\cdot z_2 = 2\cdot(\cos120° + i\cdot\sin120°)$

$$\Rightarrow z_1\cdot z_2 = 2\cdot\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = -1 + \sqrt{3}\,i$$

1. $z_1 = 2\,\text{cis}\pi$ ve $z_2 = 3\text{cis}\frac{\pi}{2}$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 12

2. $z_1 = 2\text{cis}\frac{2\pi}{3}$ ve $z_2 = 4\text{cis}80°$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısının argümenti aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) 140° B) 160° C) 180° D) 200° E) 240°

3. $z_1 = \cos105° + i\cdot\sin105°$ ve $z_2 = 2(\cos15° + i\cdot\sin15°)$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-1 + \sqrt{3}i$ B) $-1 - \sqrt{3}i$ C) $1 - \sqrt{3}i$ D) $\sqrt{3} - i$ E) $\sqrt{3} + i$

karekök

4. $z_1 = 3\text{cis}\frac{\pi}{12}$

$z_2 = \text{cis}\frac{5\pi}{12}$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2i B) 3i C) 2 – 3i D) 8i E) 3 + i

D | D | A | B

köşetaşı

$z_1 = 6\text{cis}225°$

$z_2 = 2\text{cis}135°$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısını bularak mutlak değerini ve argümentini belirtiniz.

açıklamalı çözüm

Kutupsal Gösterimde Bölme (De'Moivre Kuralı)

Kutupsal biçimde verilmiş iki karmaşık sayı bölündüğünde;

i) Bölümün mutlak değeri, karmaşık sayıların mutlak değerlerinin bölümüne eşittir.

ii) Bölümün argümenti ise karmaşık sayıların argümentlerinin farkına eşittir.

$z_1 = |z_1|\cdot(\cos\alpha + i\cdot\sin\alpha)$ ve $z_2 = |z_2|\cdot(\cos\beta + i\cdot\sin\beta)$ olsun.

$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ ve $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2) = \alpha - \beta$ dır.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|}\cdot[\cos(\alpha-\beta) + i\cdot\sin(\alpha-\beta)]$$

Köşetaşının çözümü:

$z_1 = 6\text{cis}225°$ ve $z_2 = 2\text{cis}135°$ ise

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{6}{2}\cdot[\cos(225° - 135°) + i\cdot\sin(225° - 135°)] \Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = 3\cdot(\cos90° + i\cdot\sin90°)$$

$\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısının mutlak değerinin 3, argümentinin 90° olduğu görülüyor.

1. $z_1 = 2(\cos110° + i\cdot\sin110°)$

$z_2 = \cos80° + i\cdot\sin80°$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $1 - \sqrt{3}i$ C) $\sqrt{3} - i$ D) $\sqrt{3} + i$ E) $2\sqrt{3} + 2i$

2. $z_1 = \text{cis}354°$ ve $z_2 = \text{cis}(-6°)$

olduğuna göre, $\frac{z_1}{z_2}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2i B) i C) 0 D) 1 E) 2

3. $z_1 = 2\text{cis}\frac{\pi}{20}$ ve $z_2 = 6\text{cis}\frac{\pi}{2}$

olduğuna göre, $\frac{z_2}{z_1}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3cis61° B) 3cis72° C) 3cis81° D) 2cis99° E) 2cis81°

karekök

4. $z = 3\text{cis}\,119°$ ve $w = \text{cis}\frac{3\pi}{5}$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $\frac{z}{w}$ karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3,11°) B) (3,9°) C) (3,7°) D) (6,11°) E) (6,13°)

D | D | C | A

köşetaşı

$$z = \frac{6(\cos 80° + i \cdot \sin 80°)}{3(\cos 15° + i \cdot \sin 15°)(\cos 20° + i \cdot \sin 20°)}$$

olduğuna göre, z karmaşık sayısını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kutupsal koordinatlarla verilen karmaşık sayılarda çarpma ile bölme işlemi bir arada soruluyorsa, çarpma işlemi yapıldıktan sonra bölme işlemini yaparız. Buna göre;

$$z = \frac{6(\cos 80° + i \cdot \sin 80°)}{3(\cos 15° + i \cdot \sin 15°)(\cos 20° + i \cdot \sin 20°)} = \frac{2 \cdot (\cos 80° + i \cdot \sin 80°)}{[\cos(15° + 20°) + i \cdot \sin(15° + 20°)]}$$

$$= \frac{2 \cdot (\cos 80° + i \cdot \sin 80°)}{(\cos 35° + i \cdot \sin 35°)} = 2.[\cos(80° - 35°) + i \cdot \sin(80° - 35°)]$$

$$= 2 \cdot (\cos 45° + i \cdot \sin 45°) = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} + \sqrt{2}\,i \text{ bulunur.}$$

1. $z = \dfrac{4(\cos 70° + i \cdot \sin 70°)}{2(\cos 15° + i \cdot \sin 15°)(\cos 10° + i \cdot \sin 10°)}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ B) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ C) $2 + 2i$ D) $2 - 2i$ E) $2 - i$

2. $z_1 = 3\text{cis}35°$
$z_2 = 4\text{cis}70°$
$z_3 = 6\text{cis}50°$
karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $\dfrac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2cis45° B) 2cis55° C) 2cis65° D) 4cis55° E) 4cis65°

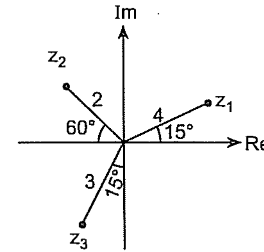
3. $z = \dfrac{2\text{cis}\frac{\pi}{2} \cdot \text{cis}\frac{3\pi}{4} \cdot \text{cis}\frac{3\pi}{2}}{\text{cis}\pi \cdot \text{cis}\frac{5\pi}{4}}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2i$ B) $-i$ C) $1 - i$ D) $2 + i$ E) $2i$

karekök

4.



Yukarıda verilen karmaşık düzlemde z_1, z_2 ve z_3 karmaşık sayıları gösterilmiştir.

Buna göre, $\dfrac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\sqrt{3} + 3i$ B) $3\sqrt{3} - 3i$ C) $-3\sqrt{3} + 3i$ D) $3 - \sqrt{3}i$ E) $-3 + 3\sqrt{3}i$

A B E C

köşetaşı

$z_1 = 2 \cdot (\cos 65° + i \cdot \sin 65°)$
$z_2 = 8 \cdot (\cos 20° + i \cdot \sin 20°)$
karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $\dfrac{z_1^6}{z_2}$ işleminin sonucunu bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kutupsal Gösterimde Kuvvet Alma (De'Moivre Kuralı)

$z = |z| \cdot (\cos\alpha + i \cdot \sin\alpha)$ olsun.

$z^2 = |z| \cdot \text{cis}\alpha \cdot |z| \cdot \text{cis}\alpha = |z|^2 \cdot \text{cis}(\alpha + \alpha) = |z|^2 \cdot \text{cis}2\alpha$

$z^3 = |z| \cdot \text{cis}\alpha \cdot |z| \cdot \text{cis}\alpha \cdot |z| \cdot \text{cis}\alpha = |z|^3 \cdot \text{cis}(\alpha + \alpha + \alpha) = |z|^3 \cdot \text{cis}3\alpha$

⋮

$z^n = |z|^n \cdot (\cos n\alpha + i \cdot \sin n\alpha)$

Köşetaşının çözümü:

$z_1 = 2 \cdot (\cos 65° + i \cdot \sin 65°) \Rightarrow z_1^6 = 2^6 \cdot (\cos(6 \cdot 65°) + i \cdot \sin(6 \cdot 65°)) \Rightarrow z_1^6 = 2^6 \cdot (\cos 390° + i \cdot \sin 390°)$

$$\frac{z_1^6}{z_2} = \frac{2^6 \cdot (\cos 390° + i \cdot \sin 390°)}{8 \cdot (\cos 20° + i \cdot \sin 20°)} = \frac{64}{8} \cdot [\cos(390° - 20°) + i \cdot \sin(390° - 20°)]$$

$$= 8 \cdot (\cos 370° + i \cdot \sin 370°)$$

$$= 8 \cdot (\cos 10° + i \cdot \sin 10°)$$

1. $z_1 = 2(\cos 35° + i \cdot \sin 35°)$ ve $z_2 = 2\text{cis}45°$

olduğuna göre, $\dfrac{z_1^3}{z_2}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2 - 2\sqrt{3}i$ B) $2 - \sqrt{3}i$ C) $2 + \sqrt{3}i$ D) $1 + \sqrt{3}i$ E) $2 + 2\sqrt{3}i$

2. $z = 3 \cdot \text{cis}100°$ ve $w = 9 \cdot \text{cis}55°$

olduğuna göre, $\dfrac{z^9}{w^3}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 9cis35° B) 9cis25° C) 9cis15° D) 27cis25° E) 27cis15°

karekök

3. $z = 2\text{cis}\dfrac{\pi}{5}$

olduğuna göre, z^{100} karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{100}(1 + i)$ B) $2^{100}(1 - i)$ C) $2^{100} \cdot i$ D) $-2^{100} \cdot i$ E) 2^{100}

4. $z = 3\text{cis}\dfrac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, z^{-9} işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3^{-9}(1 - i)$ B) $3^{-9}(1 + i)$ C) 3^{-9} D) -3^{-9} E) $-3^{-9} \cdot i$

E E E C

köşetaşı

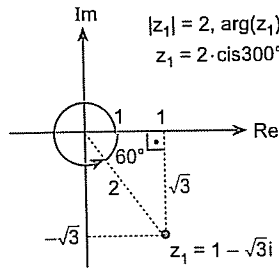
$z_1 = 1 - \sqrt{3}i$ ve $z_2 = -1 + i$ karmaşık sayıları veriliyor. Buna göre;

1) $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

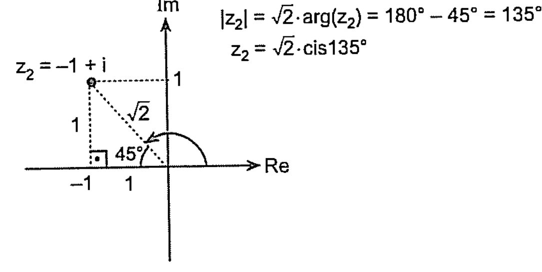
2) z_1^{60} sayısını bulunuz.

açıklamalı çözüm

1) $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$ ve $z_2 = -1 + i$ karmaşık sayılarını kutupsal biçimde yazalım.



$|z_1| = 2$, $\arg(z_1) = 360° - 60° = 300°$
$z_1 = 2 \cdot cis300°$



$|z_2| = \sqrt{2} \cdot \arg(z_2) = 180° - 45° = 135°$
$z_2 = \sqrt{2} \cdot cis135°$

$z_1 \cdot z_2 = 2 \cdot cis300 \cdot \sqrt{2} \cdot cis135° = 2\sqrt{2} \cdot cis(300° + 135°) = 2\sqrt{2} \cdot cis435° = 2\sqrt{2} cis75°$

2) $z_1 = 1 - \sqrt{3}i = 2cis300°$

$z_1^{60} = 2^{60} \cdot cis(60 \cdot 300°) = 2^{60} \cdot cis18000° = 2^{60} \cdot cis0 = 2^{60}(1 + i \cdot 0) = 2^{60}$

1. $z_1 = \sqrt{3} + i$ ve $z_2 = 2 - 2i$
karmaşık sayıları veriliyor.
Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4\sqrt{2}\, cis225°$
B) $4\sqrt{2}\, cis255°$
C) $4\sqrt{2}\, cis345°$
D) $2\sqrt{2}\, cis255°$
E) $2\sqrt{2}\, cis345°$

2. $z = -1 + i$ karmaşık sayısı veriliyor.
Buna göre, z^{10} karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) 2^{10} B) 2^5 C) 0 D) -2^{10} E) -2^5

3. $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ve $z_2 = cos55° + i \cdot sin55°$
olduğuna göre, $\frac{z_2^3}{z_1}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ C) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $-\sqrt{3} + i$

4. $z = (-\sqrt{3} + i)^{-20}$
olduğuna göre, z karmaşık sayısının reel kısmı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) -2^{-21} B) -2^{-20} C) -2^{19} D) 2^{19} E) 2^{21}

karekök

C | E | C | A

köşetaşı

Aşağıda verilen karmaşık sayıların argümentlerini bulunuz.

1) $z_1 = 2(cos70° - i \cdot sin70°)$ **2)** $z_2 = -3cos50° + i \cdot 3sin50°$ **3)** $z_3 = sin75° - i \cdot cos75°$

açıklamalı çözüm

Karmaşık sayıların kutupsal gösteriminin $z = |z| \cdot (cos\alpha + i \cdot sin\alpha)$ olduğunu öğrendik. Burada sinüsün ve kosinüsün işaretleri farklı verildiğinde bunu kutupsal biçime çevirmemiz gerekir. Bunun için de aşağıdaki tabloyu inceleyelim.

z	Arg(z)	z
$\|z\| \cdot (cos\alpha - i \cdot sin\alpha)$	$360° - \alpha$	$\|z\| \cdot [cos(360° - \alpha) + i \cdot sin(360° - \alpha)]$
$\|z\| \cdot (-cos\alpha + i \cdot sin\alpha)$	$180° - \alpha$	$\|z\| \cdot [cos(180° - \alpha) + i \cdot sin(180° - \alpha)]$
$\|z\| \cdot (-cos\alpha - i \cdot sin\alpha)$	$180° + \alpha$	$\|z\| \cdot [cos(180° + \alpha) + i \cdot sin(180° + \alpha)]$

Köşetaşının çözümü:

1) $z_1 = 2 \cdot (cos70° - i \cdot sin70°)$ ise $\arg(z_1) = 360° - 70° = 290°$ dir.

2) $z_2 = -3cos50° + i \cdot 3sin50° = 3(-cos50° + i \cdot sin50°)$ ise $\arg(z_2) = 180° - 50° = 130°$ dir.

3) $z_3 = sin75° - i \cdot cos75°$ karmaşık sayısında sinüs ve kosinüs ters verilmiş. Sinüs ve kosinüs fonksiyonları açılar toplamı 90° iken birbirine eşit olduğundan,

$sin75° = cos15°$ ve $cos75° = sin15°$ eşitliklerini yerine yazalım.

$z_3 = sin75° - i \cdot cos75° = cos15° - i \cdot sin15°$ ise $\arg(z_3) = 360° - 15° = 345°$ dir.

1. $z = 3(cos40° - i \cdot sin40°)$
karmaşık sayısının argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 40° B) 140° C) 220° D) 230° E) 320°

2. $z = -\sqrt{2}\, cos50° + \sqrt{2} \cdot i \cdot sin50°$
karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) (2,130°) B) (2,230°) C) ($\sqrt{2}$,130°)
D) ($\sqrt{2}$,230°) E) ($\sqrt{2}$,310°)

3. $z = sin67° + i \cdot cos67°$
karmaşık sayısının argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 23° B) 33° C) 67° D) 113° E) 247°

4. $z = \frac{4(-cos35° - i \cdot sin35°)}{2(cos(-25°) + i \cdot sin(-25°))}$
karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $1 - \sqrt{3}i$
D) $\sqrt{3} - i$ E) $-1 - \sqrt{3}i$

karekök

E | C | A | E

köşetaşı

$z = -2 + 2\sqrt{3}\,i$

karmaşık sayısının kareköklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Karmaşık Sayılarda Kök Bulma

$z = |z|\cdot(\cos\alpha + i\cdot\sin\alpha)$ karmaşık sayısının n. dereceden farklı köklerinin sayısı n tanedir.

Bunlar $w_0, w_1, w_2, \ldots, w_{n-1}$ olsun. z karmaşık sayısının n. dereceden köklerini bulabilmemiz için aşağıda verilen adımları atmamız gerekir.

1) z karmaşık sayısının n. dereceden köklerinin modülü $\sqrt[n]{|z|}$ dir. Bu yüzden ilk olarak $\sqrt[n]{|z|}$ yi buluruz.

2) Argümente $360°\cdot k$ ($k \in \mathbb{Z}$) ekleyerek n'ye böleriz. $\left(\arg(w_k) = \dfrac{\alpha + 360°\cdot k}{n}\right)$

3) k'ya 0, 1, 2, ..., (n – 1) değerlerini vererek kökleri buluruz.

Köşetaşının çözümü:

$z = -2 + 2\sqrt{3}i$ karmaşık sayısının kareköklerini bulabilmemiz için z yi kutupsal biçimde yazmamız gerekir.

$z = -2 + 2\sqrt{3}i = 4\cdot(\cos120° + i\cdot\sin120°)$ karmaşık sayısının karekökleri w_0 ve w_1 olsun.

$|w_0| = |w_1| = \sqrt{4} = 2$ dir.

$$\arg(w_k) = \frac{120° + 360°\cdot k}{2} = 60° + 180°\cdot k$$

$\arg(w_0) = 60° + 180°\cdot 0 = 60° \Rightarrow w_0 = 2\cdot \text{cis}60° = 1 + \sqrt{3}\,i$

$\arg(w_1) = 60° + 180°\cdot 1 = 240° \Rightarrow w_1 = 2\cdot \text{cis}240° = -1 - \sqrt{3}\,i$

Not: Bir karmaşık sayının karekökleri birbirlerinin toplamaya göre tersidir. Çözdüğümüz soruda köklerden biri $1 + \sqrt{3}i$ iken diğeri $-1 - \sqrt{3}i$ oldu.

1. $z = 2i$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}$ cis45° B) $\sqrt{2}$ cis90° C) $\sqrt{2}$ cis135° D) $\sqrt{2}$ cis180° E) 2 cis225°

2. $z = -1 + \sqrt{3}i$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

3. $z + 3\sqrt{3} - 3i = 0$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının kareköklerinin toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{3} + i$ B) $\sqrt{3} - i$ C) 0 D) i E) 3i

4. $z + 6i = 0$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının karekökleri w_0 ve w_1 dir.

Karmaşık düzlemde, w_0 ve w_1 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{6}$ C) 6 D) $6\sqrt{2}$ E) 12

kareköK

A C C B

köşetaşı

1) $z = -8i$ karmaşık sayısının küpköklerini bulunuz.

2) $z^5 = 32i$ karmaşık sayısının köklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

1) $z = -8i = 8\cdot(-i) = 8\cdot(\cos270° + i\cdot\sin270°)$ karmaşık sayısının küpkökleri w_0, w_1 ve w_2 olsun.

$|w_0| = |w_1| = |w_2| = \sqrt[3]{8} = 2$

$$\arg(w_k) = \frac{270° + 360°\cdot k}{3} = 90° + 120°\cdot k$$

$\arg(w_0) = 90° + 120°\cdot 0 = 90° \Rightarrow w_0 = 2\cdot(\cos90° + i\cdot\sin90°) = 2i$

$\arg(w_1) = 90° + 120°\cdot 1 = 210° \Rightarrow w_1 = 2\cdot(\cos210° + i\cdot\sin210°) = -\sqrt{3} - i$

$\arg(w_2) = 90° + 120°\cdot 2 = 330° \Rightarrow w_2 = 2\cdot(\cos330° + i\cdot\sin330°) = \sqrt{3} - i$

2) $z^5 = 32i = 32\cdot(\cos90° + i\cdot\sin90°)$ karmaşık sayısının kökleri w_0, w_1, w_2, w_3 ve w_4 olsun.

$|w_0| = |w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = \sqrt[5]{32} = 2$

$$\arg(w_k) = \frac{90° + 360°\cdot k}{5} = 18° + 72°\cdot k$$

$\arg(w_0) = 18° + 72°\cdot 0 = 18° \Rightarrow w_0 = 2\text{cis}18°$

$\arg(w_1) = 18° + 72°\cdot 1 = 90° \Rightarrow w_1 = 2\text{cis}90°$

$\arg(w_2) = 18° + 72°\cdot 2 = 162° \Rightarrow w_2 = 2\text{cis}162°$

$\arg(w_3) = 18° + 72°\cdot 3 = 234° \Rightarrow w_3 = 2\text{cis}234°$

$\arg(w_4) = 18° + 72°\cdot 4 = 306° \Rightarrow w_4 = 2\text{cis}306°$

1. $z = 27i$

karmaşık sayısının küpköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3i B) $\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ C) $\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ D) $-\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ E) –3i

2. $z = 16\text{cis}72°$

karmaşık sayının 4. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?

A) 2cis18° B) 2cis108° C) 2cis198° D) 2cis216° E) 2cis288°

3. $z^3 = -8$

olduğuna göre, z nin alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1 + \sqrt{3}i$ B) $-1 - \sqrt{3}i$ C) $1 - \sqrt{3}i$ D) $\sqrt{3} - i$ E) $\sqrt{3} + i$

4. $z^4 + 1 = 0$

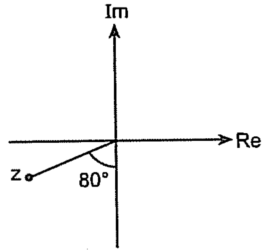
karmaşık sayısının köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntülerini köşe kabul eden çokgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

kareköK

E D C B

1.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde gösterilen z karmaşık sayısının argümenti aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) 10° B) 80° C) 100° D) 170° E) 190°

2. $z = 3i$

karmaşık sayısının argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

3. $z = 1 + i$

karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\sqrt{2}, 45°)$ B) $(\sqrt{2}, 90°)$ C) $(2, 45°)$ D) $(\sqrt{2}, 135°)$ E) $(2, 135°)$

4. $z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimde gösterimi aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $2\text{cis}45°$ B) $2\text{cis}135°$ C) $2\text{cis}225°$ D) $\sqrt{2}\text{cis}45°$ E) $\sqrt{2}\text{cis}135°$

5. $z = 2\sqrt{3}\cos13° + i \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sin13°$

karmaşık sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $2\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{6}$ E) 6

6. $\cos\pi + \sin\frac{3\pi}{2} + \sin180°$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

7. $\sin210° - \cos300° - \tan135°$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $z = 4\text{cis}\frac{5\pi}{4}$

karmaşık sayısının standart biçimde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ B) $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ C) $-2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ D) $-2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

karekök

9. $z + 1 - i = 3 - 2i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının argümentinin tanjantı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

10. $z = 2\text{cis}\pi$ ve $w = 3\text{cis}\frac{3\pi}{2}$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, z ile w karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 2 B) $\sqrt{7}$ C) 3 D) $\sqrt{13}$ E) 5

11. $z_1 = 3(\cos80° + i \cdot \sin80°)$ ve $z_2 = 4(\cos10° + i \cdot \sin10°)$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $12 + 12i$ B) $12 - 12i$ C) 12 D) $12i$ E) $-12i$

12. $z = \dfrac{6\text{cis}225°}{2\text{cis}\frac{7\pi}{6}}$

karmaşık sayısının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) (3,15°) B) (3,45°) C) (3,75°) D) $(\sqrt{3},15°)$ E) $(\sqrt{3},45°)$

13. $z = \dfrac{(2\cos75° + 2i \cdot \sin75°)(3\text{cis}190°)}{(\sqrt{2}\text{cis}70°)(\sqrt{3}\cos15° + \sqrt{3}i \cdot \sin15°)}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sqrt{3}i$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}i$ D) $\sqrt{6}$ E) $-\sqrt{6}$

14. $z = 2\text{cis}\frac{5\pi}{12}$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, z^3 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ B) $4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$ C) $-4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ D) $-4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$ E) $-4\sqrt{2}i$

15. $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

olduğuna göre, z^{30} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3^{30} \cdot i$ B) $-3^{30} \cdot i$ C) 3^{30} D) -3^{30} E) $3^{15} \cdot i$

16. $z = 2\cos143° - i \cdot 2\sin143°$

karmaşık sayısının argümenti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 37° B) 127° C) 217° D) 267° E) 323°

17. $z = 3 - 3\sqrt{3}i$ karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, z karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $6\text{cis}150°$ B) $6\text{cis}330°$ C) $\sqrt{6}\text{cis}330°$ D) $\sqrt{6}\text{cis}300°$ E) $\sqrt{6}\text{cis}210°$

18. $z^3 + 27 = 0$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının köklerinden biri aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) $3\text{cis}30°$ B) $3\text{cis}75°$ C) $3\text{cis}150°$ D) $3\text{cis}240°$ E) $3\text{cis}300°$

karekök

1 E 2 C 3 A 4 B 5 C 6 B 7 C 8 C 9 C 10 D 11 D 12 A 13 E 14 D 15 C 16 C 17 C 18 E

1. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = 3 + 2i$ karmaşık sayısının argümenti x olduğuna göre, tanx değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) −1 E) $-\frac{2}{3}$

2. $z = -2\sqrt{3} - 2i$

karmaşık sayısının kutupsal gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2cis\frac{7\pi}{6}$ B) $2cis\frac{2\pi}{3}$ C) $4cis\frac{7\pi}{6}$ D) $4cis\frac{2\pi}{3}$ E) $cis\frac{7\pi}{6}$

3. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z = cis\frac{\pi}{3}$

karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ D) $1+2i$ E) $\sqrt{3}+i$

4. $|z| = 2$ ve $arg(z) = \pi$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

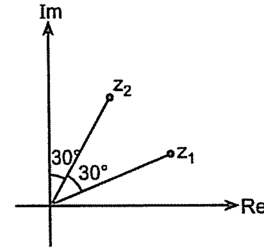
A) 2i B) 2 C) 0 D) −2i E) −2

5. $z = \cos\frac{\pi}{6} - i\cdot\sin\frac{\pi}{6}$

karmaşık sayısının x ekseni ile yaptığı pozitif yönlü açı kaç derecedir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{7\pi}{6}$ D) $\frac{11\pi}{6}$ E) 2π

6.



Yukarıda verilen karmaşık düzlemde $|z_1| = |z_2| = 2$ olduğuna göre, $Im(z_1 - z_2)$ değeri kaçtır?

A) $1-\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}-1$ C) $\sqrt{3}$ D) $-\sqrt{3}$ E) −1

7. $z = 3cis\pi$

$w = 2cis\frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, $Re(w - z)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $z_1 = \left(3, \frac{\pi}{3}\right)$ ve $z_2 = \left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3+\sqrt{3}i$ B) $3-\sqrt{3}i$ C) 6i D) −6i E) 6

9. $z_1 = \cos50° - i\cdot\sin50°$

$z_2 = \cos20° + i\cdot\sin20°$

olduğuna göre, $arg(z_1 \cdot z_2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

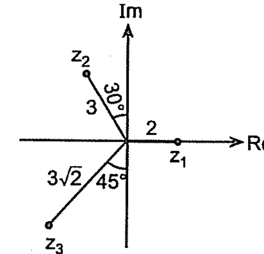
A) 210° B) 240° C) 270° D) 300° E) 330°

10. $z = \frac{\cos130° + i\cdot\sin130°}{\cos70° + i\cdot\sin70°}$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ C) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ D) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

11.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde verilen z_1, z_2 ve z_3 karmaşık sayıları için $arg\left(\frac{z_3 \cdot z_1}{z_2}\right)$ değeri kaç derecedir?

A) 75° B) 90° C) 105° D) 135° E) 165°

12. $z_1 = -i$ ve $z_2 = 1 + i$

olduğuna göre, $arg(\overline{z_1} \cdot z_2^2)$ kaç radyandır?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

13. $z_1 = 2(\cos25 + i\cdot\sin25)$ ve $z_2 = 4\cdot cis15$

olduğuna göre, $\frac{z_1^3}{z_2}$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $1-\sqrt{3}i$ B) $1-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $-1+\sqrt{3}i$ D) $1+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ E) $1+\sqrt{3}i$

14. $z = 2cis\frac{5\pi}{6}$

olduğuna göre, $arg(-z)$ değeri kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

15. $z = 9i$ karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}i$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}i$ C) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}i$ D) $\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}i$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$

16. $z^6 = i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının köklerinin argümentlerinin kaç tanesi (0°, 180°) aralığında bulunur?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1 B 2 C 3 A 4 E 5 D 6 A 7 C 8 E 9 E 10 C 11 C 12 B 13 E 14 E 15 A 16 B

1. $z = 3 + 2i$ karmaşık sayısının argümenti x ise,

$\tan x = \frac{2}{3}$ olur.

Yanıt B

2. $z = -2\sqrt{3} - 2i \Rightarrow$

$\arg(z) = 210° = \frac{7\pi}{6}$, $|z| = 4$

$z = 4\text{cis}\frac{7\pi}{6}$ olur.

Yanıt C

3. $z = \text{cis}\frac{\pi}{3} = \cos\frac{\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{\pi}{3}$

$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ olur.

Yanıt A

4. $|z| = 2$ ve $\arg(z) = \pi \Rightarrow z = \text{cis}\pi$

$\Rightarrow z = 2\cdot(\cos\pi + i\cdot\sin\pi)$

$\Rightarrow z = 2\cdot(-1 + 0)$

$\Rightarrow z = -2$ olur.

Yanıt E

5. $z = \cos\frac{\pi}{6} - i\cdot\sin\frac{\pi}{6} = \left(\cos 2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + i\cdot\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\frac{11\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{11\pi}{6}$

$\Rightarrow \arg(z) = \frac{11\pi}{6}$ olur.

Yanıt D

6. $|z_1| = 2$ ve $\arg(z_1) = 30°$

$|z_2| = 2$ ve $\arg(z_2) = 60°$

$z_1 = 2\cdot(\cos 30° + i\cdot\sin 30°) = \sqrt{3} + i$

$z_2 = 2\cdot(\cos 60° + i\cdot\sin 60°) = 1 + \sqrt{3}i$

$z_1 - z_2 = \sqrt{3} + i - 1 - \sqrt{3}i$

$z_1 - z_2 = \sqrt{3} - 1 + i(1 - \sqrt{3})$

$\text{Im}(z_1 - z_2) = 1 - \sqrt{3}$ olur.

Yanıt A

7. $z = 3\text{cis}\pi = 3(\cos\pi + i\cdot\sin\pi) = -3$

$w = 2\text{cis}\frac{\pi}{3} = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right) = 1 + \sqrt{3}i$

$w - z = 1 + \sqrt{3}i - (-3) = 4 + \sqrt{3}i$

$\text{Re}(w - z) = 4$ olur.

Yanıt C

8. $z_1 = \left(3, \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow z_1 = 3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$z_2 = \left(2, \frac{5\pi}{3}\right) \Rightarrow z_2 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\cdot\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

$z_1\cdot z_2 = 3\cdot 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3}\right) + i\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3}\right)\right]$

$z_1\cdot z_2 = 6\cdot(\cos 2\pi + i\cdot\sin 2\pi)$

$z_1\cdot z_2 = 6$ olur.

Yanıt E

9. $z_1 = \cos 50° - i\cdot\sin 50° = \cos(360° - 50°) + i\cdot\sin(360° - 50°)$

$z_1 = \cos 310° + i\cdot\sin 310°$ olur.

$z_2 = \cos 20° + i\cdot\sin 20°$

$\arg(z_1\cdot z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2) = 310° + 20° = 330°$ olur.

Yanıt E

10. $z = \frac{\cos 130° + i\cdot\sin 130°}{\cos 70° + i\cdot\sin 70°} \Rightarrow$

$z = \cos(130° - 70°) + i\cdot\sin(130° - 70°) \Rightarrow$

$z = \cos 60° + i\cdot\sin 60° = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Yanıt C

11. Karmaşık düzlemde z_1, z_2 ve z_3 incelenirse

$\arg(z_1) = 0°$, $\arg(z_2) = 120°$, $\arg(z_3) = 225°$

$\arg\left(\frac{z_3\cdot z_1}{z_2}\right) = \arg(z_3) + \arg(z_1) - \arg(z_2)$

$= 225° + 0° - 120°$

$= 105°$ olur.

Yanıt C

12. $z_1 = -i \Rightarrow \overline{z}_1 = i = \text{cis}90°$

$z_2 = 1 + i = \sqrt{2}\cdot\text{cis}45$

$\arg(\overline{z}_1\cdot z_2\cdot z_2) = \arg(\overline{z}_1) + \arg(z_2) + \arg(z_2)$

$= 90° + 45° + 45°$

$= 180° = \pi$ olur.

Yanıt B

13. $z_1 = 2\text{cis}25°$ ve $z_2 = 4\text{cis}15°$

$\frac{z_1^3}{z_2} = \frac{2^3\cdot\text{cis}(25°\cdot 3)}{4\cdot\text{cis}15°} = 2\cdot\text{cis}(75° - 15°)$

$= 2\cdot\text{cis}60° = 1 + \sqrt{3}i$

Yanıt E

14. $z = 2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow$

$-z = 2\cdot\left(-\cos\frac{5\pi}{6} - i\cdot\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

$-z = 2\cdot\left[\cos\left(\pi + \frac{5\pi}{6}\right) + i\cdot\sin\left(\pi + \frac{5\pi}{6}\right)\right]$

$-z = 2\cdot\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{11\pi}{6}\right)$

$\arg(-z) = \frac{11\pi}{6}$ olur.

Yanıt E

15. $z = 9i = 9\cdot\text{cis}90°$

$|w_0| = |w_1| = \sqrt{9} = 3$ tür.

$\arg(w_k) = \frac{90° + 360°\cdot k}{2} = 45° + 180°k$

$\arg(w_0) = 45° + 180°\cdot 0 = 45°$

$\arg(w_1) = 45° + 180°\cdot 1 = 225°$

$w_0 = 3\cdot(\cos 45° + i\cdot\sin 45°) = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i$

$w_1 = 3\cdot(\cos 225° + i\cdot\sin 225°) = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$

Yanıt A

16. $z^6 = i = \text{cis}90°$

$|w_0| = |w_1| = |w_2| = |w_3| = |w_4| = |w_5| = 1$

$\arg(w_k) = \frac{90° + 360°\cdot k}{6} = 15° + 60°k$

$\arg(w_0) = 15°$ $\arg(w_3) = 195°$

$\arg(w_1) = 75°$ $\arg(w_4) = 255°$

$\arg(w_2) = 135°$ $\arg(w_5) = 315°$

3 tanesi (0°, 180°) aralığında bulunur.

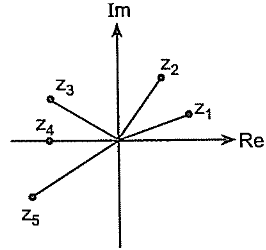
Yanıt B

1. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $2i - 1 - z = 1 - i$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının argümenti α ise, cotα değeri kaçtır?**

A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

(cotα·tanα = 1 eşitliğini hatırlayalım)

2.



Yukarıdaki noktalardan hangisinin kutupsal koordinatları $\left(3, \frac{7\pi}{6}\right)$ olabilir?

A) z_1 B) z_2 C) z_3 D) z_4 E) z_5

3. $z_1 = 3(\cos 80° + i \cdot \sin 80°)$
$z_2 = 2\cos 40° + i \cdot 2\sin 40°$
olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3 - 3\sqrt{3}i$ B) $-3 + 3\sqrt{3}i$ C) $3\sqrt{3} - 3i$ D) $3\sqrt{3} - 3i$ E) $-3\sqrt{3} + 3i$

4. $$\frac{(\cos 40° + i \cdot \sin 40°)(\cos 20° + i \cdot \sin 20°)}{\sin 35° + i \cdot \cos 35°}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cis5° B) cis10° C) cis15° D) cis20° E) cis25°

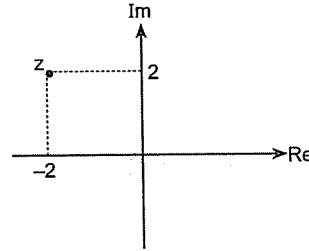
5. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$z = 1 + \sqrt{3}i$

olduğuna göre, z^4 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-8 + 8\sqrt{3}i$ B) $8 - 8\sqrt{3}i$ C) $-8 - 8\sqrt{3}i$ D) $8\sqrt{3} - 8i$ E) $-8\sqrt{3} - 8i$

6.



Yukarıdaki şekilde verilen z karmaşık sayısının kutupsal biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{2}$ (cos150° + i·sin150°)
B) $2\sqrt{2}$ (cos135° + i·sin135°)
C) $2\sqrt{2}$ (cos225° + i·sin225°)
D) 2 (cos150° + i·sin150°)
E) 2 (cos135° + i·sin135°)

7. **Kutupsal koordinatları $\left(4, \frac{5\pi}{4}\right)$ olan karmaşık sayının standart biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ B) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ C) $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ D) $-2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ E) $-4 - 4i$

8. $\arg(z) = \frac{\pi}{3}$ ve $|z| = 5$

olduğuna göre, z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

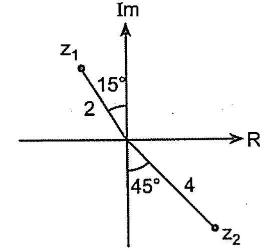
A) $\text{cis}\frac{\pi}{3}$ B) $5\text{cis}\frac{\pi}{6}$ C) $5\text{cis}\frac{\pi}{3}$ D) $5\text{cis}\frac{3\pi}{2}$ E) $\text{cis}\frac{5\pi}{3}$

9. $\arg(z) = \frac{2\pi}{3}$ ve $z \cdot \bar{z} = 4$

eşitliklerini sağlayan z karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1 + \sqrt{3}i$ B) $1 - \sqrt{3}i$ C) $-1 - \sqrt{3}i$ D) $-\sqrt{3} + i$ E) $-\sqrt{3} - i$

10.



Yukarıdaki karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları gösterilmiştir.

Buna göre, $\frac{z_2}{z_1}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{3} + i$ B) $\sqrt{3} - i$ C) $-\sqrt{3} - i$ D) $1 - \sqrt{3}i$ E) $-1 - \sqrt{3}i$

11. $$\frac{2i}{\cos 25° + i \cdot \sin 25°}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2cis45° B) 2cis50° C) 2cis55° D) 2cis60° E) 2cis65°

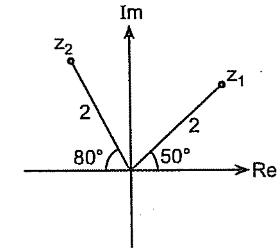
(2i yi kutupsal biçimde yazmayı dene)

12. $$\frac{\left(6\text{cis}\frac{\pi}{6}\right)^3}{\left(2\text{cis}\frac{\pi}{4}\right)^4}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{27}{2}$ B) $-\frac{27}{2}$ C) $\frac{27}{2}i$ D) $-\frac{27}{2}i$ E) $-\frac{9}{2}i$

13.



Karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları gösterilmiştir.

Buna göre, $\frac{z_1^5}{z_2}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-8\sqrt{3} - 8i$ B) $-8\sqrt{3} + 8i$ C) $8\sqrt{3} + 8i$ D) $8 - 8\sqrt{3}i$ E) $-16 + 16\sqrt{3}i$

14. $z = 2 + 2i$

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - 2i$ B) $-2 - 2i$ C) $-2 + 2i$ D) $1 - i$ E) $-1 + i$

(argümenti 90° artırmamızı istiyor galiba)

15. $\arg(z_1 \cdot z_2) = 200°$

$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = 40°$

olduğuna göre, $\arg(z_1)$ kaç derecedir?

A) 90 B) 100 C) 110 D) 120 E) 130

16. z karmaşık sayı olmak üzere,

$z^6 = w$

denkleminin köklerinden biri 3cis24° tür.

Buna göre, bu denklemin diğer köklerinden biri aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?

A) 3cis84° B) 3cis144° C) 3cis204° D) 3cis288° E) 3cis324°

1 C 2 E 3 B 4 A 5 C 6 B 7 D 8 C 9 A 10 C 11 E 12 D 13 B 14 C 15 D 16 D

1. **$z = i + \sqrt{3}$ sayısının kutupsal koordinatlarda ifadesi hangisidir?**

A) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i.\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

B) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i.\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$

C) $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i.\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

D) $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i.\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

E) $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i.\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$

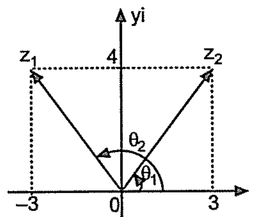
(1974)

2. **$z = 3\sqrt{3} - 3i$ karmaşık (kompleks) sayısı için z^6 nedir?**

A) 36^3 B) -36^3 C) 36^3i^3 D) -36^3i^3 E) 0

(1975)

3. **Yandaki grafikte gösterilen z_1 ve z_2 karmaşık (kompleks) sayılarının çarpımlarının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**



A) $7[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

B) $-8i$

C) $12[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2)]$

D) 12

E) -25

(1976)

4. $z=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir? *($i^2=-1$)*

A) $9\left(\cos\frac{\pi}{6}+i.\sin\frac{\pi}{6}\right)$ B) $3\left(\cos\frac{7\pi}{3}+i.\sin\frac{7\pi}{3}\right)$

C) $3\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i.\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ D) $3\left(\cos\frac{11\pi}{6}+i.\sin\frac{11\pi}{6}\right)$

D) $3\left(\cos\frac{\pi}{3}+i.\sin\frac{\pi}{3}\right)$

(ÖYS 1989)

5. **$z - 5 - i = 1$ koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, tanθ kaçtır?**

A) $-\frac{1}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{6}$ E) 1

(ÖYS 1996)

6. $z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

olduğuna göre, z^9 aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-i$ B) 1 C) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

(ÖYS 1998)

7. z_1 ve z_2 karmaşık sayıları $z^2 = i$ denkleminin kökleridir.

Karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

(ÖSS 2008 II)

8. $z=\frac{\cos 75°+i\sin 75°}{\cos 15°+i\sin 15°}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ C) 1

D) $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$

(ÖSS 2009 II)

9. $z = 1 + i\sqrt{3}$

karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

B) $2\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

C) $2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

D) $4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

E) $4\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

(LYS 2010)

10. **$\bar{z}$ ile z'nin eşleniği gösterildiğine göre $z^2 = \bar{z}$ eşitliğini sağlayan ve argümenti $\frac{\pi}{2}$ ile π arasında olan sıfırdan farklı z karmaşık sayısı nedir?**

A) $\frac{-1}{2}+(\sqrt{3})i$ B) $\frac{-1}{2}+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$ C) $\frac{-\sqrt{2}}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)i$

D) $\frac{-\sqrt{2}}{2}+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)i$ E) $\frac{-\sqrt{3}}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)i$

(LYS 2011)

1 D 2 B 3 E 4 D 5 D 6 A 7 D 8 E 9 C 10 B

KARMA TESTLER

KARMA TEST - 1

1. $-\sqrt{-16}$ **ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-4i$ B) $-2i$ C) 4 D) 2 E) $4i$

2. $z = \dfrac{2-3i}{6}$

karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) $-\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) 2

3. a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$z_1 = 2a - 3 + 4i$ ve $z_2 = b + 1 + (b-2)i$

karmaşık sayıları veriliyor.

z_1 ve z_2 karmaşık sayıları birbirine eşit olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $z = 2 - 3i$

karmaşık sayısının sanal eksene göre simetriği olan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2-3i$ B) $-2+3i$ C) $2+3i$ D) $2-3i$ E) $-3-2i$

5. y gerçel sayı olmak üzere,

$z = 3 + yi$

karmaşık sayısının başlangıç noktasına olan uzaklığı 4 birim olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) -5 B) -3 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$ E) 5

6. $z^2 - 2z + 10 = 0$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $1+2i$ B) $-1+3i$ C) $-1-3i$ D) $-1-2i$ E) $1+3i$

7. $z_1 = 2 + i$

$z_2 = 2 - i$

olduğuna göre, $z_1^2 - z_2^2$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-8i$ B) $-4i$ C) 4 D) $8i$ E) 16

8. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z = \dfrac{(3+4i)(1-2i)}{\sqrt{2}-\sqrt{3}i}$

sayısının modülü (mutlak değeri) kaçtır?

A) $\sqrt{5}$ B) 3 C) $\sqrt{15}$ D) $2\sqrt{5}$ E) 5

9. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z_1 = 2 - i$

$z_2 = 3 + 2i$

olduğuna göre, $\overline{z_1} \cdot z_2$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $10+4i$ B) $10-7i$ C) $18+14i$ D) $4+7i$ E) $7-4i$

10. $|z-2| \leq 3$

eşitsizliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

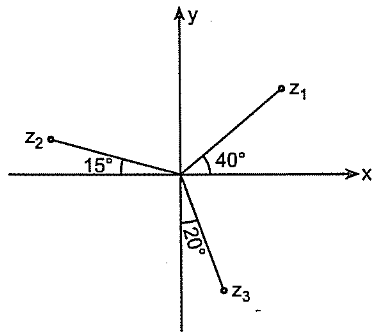
A) $(x-2)^2 + y^2 \leq 9$
B) $(x-2)^2 + y^2 \leq 3$
C) $(x+2)^2 + y^2 \leq 9$
D) $(x+2)^2 + y^2 \leq 3$
E) $x^2 + (y-2)^2 \leq 9$

11. $z = 2 \cdot \left(cis\frac{\pi}{8} + i \cdot sin\frac{\pi}{8} \right)$

olduğuna göre, z^{40} ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{40}
B) $2^{40}(1-i)$
C) -2^{40}
D) $2^{40} \cdot i$
E) $-2^{40} \cdot i$

12.



Yukarıdaki şekilde z_1, z_2 ve z_3 karmaşık sayıları verilmiştir.

Buna göre, $arg\left(\frac{z_1^2 \cdot z_2^3}{z_3}\right)$ değeri kaçtır?

A) 200°
B) 230°
C) 255°
D) 270°
E) 285°

13. $z_1 = 3 - i$

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı z_2 dir.

Buna göre, z_1 ile z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\sqrt{10}$
B) $\sqrt{13}$
C) $\sqrt{15}$
D) $2\sqrt{5}$
E) $\sqrt{30}$

14. $z_1 = 2cis29°$

$z_2 = 3cis31°$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sanal kısmı kaçtır?

A) 3
B) $3\sqrt{3}$
C) 5
D) $4\sqrt{2}$
E) $4\sqrt{3}$

15. $z = \frac{2i}{cos50° + i \cdot sin50°}$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 20
B) 30
C) 40
D) 50
E) 60

16. $z - 2 - 3i = 1 + i$

koşulunu sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ olduğuna göre, tanθ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{2}{3}$
C) $\frac{3}{4}$
D) 1
E) $\frac{4}{3}$

kareköK

1	A	2	C	3	D	4	A	5	D	6	E	7	D	8	E	9	D	10	A	11	C	12	E	13	D	14	B	15	C	16	E

KARMA TEST - 2

1. $i^{22} \cdot \sqrt{-1}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i
B) i
C) 0
D) –1
E) 1

2. Reel kısmı 3 ve sanal kısmı –1 olan karmaşık sayının standart biçimdeki yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 + i
B) 3i – 1
C) 3 – i
D) 1 + 3i
E) 3 – 3i

3. a ve b gerçel sayıları için,

$(a+3) + (b-2)i = 0$

olduğuna göre, a·b çarpımı kaçtır?

A) –6
B) –3
C) –2
D) 3
E) 6

4. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$z = (x+1) + (y-2)i$

karmaşık sayısı veriliyor.

$\bar{z}$ karmaşık düzlemde (3, –3) noktasına karşılık geldiğine göre, x·y çarpımı kaçtır?

A) –6
B) –3
C) –2
D) 3
E) 10

5. a ve b gerçel sayılar olmak üzere.

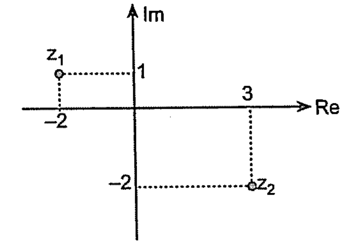
$x^2 + ax + b = 0$

denkleminin köklerinden biri $x_1 = 2 - 3i$ dir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 6
B) 7
C) 8
D) 9
E) 10

6.



Karmaşık düzlemde verilen z_1 ve z_2 karmaşık sayıları için $Im(2z_1 + 4z_2 + 2i)$ kaçtır?

A) –4
B) –2
C) 0
D) 2
E) 4

7. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$z_1 = -4 - i$

$z_2 = 6 - 2i$

olduğuna göre, $|z_1 + z_2 + 2i|$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}$
B) $\sqrt{5}$
C) $\sqrt{7}$
D) 3
E) $2\sqrt{3}$

8. z karmaşık sayısının modülü 4 olduğuna göre,

$\frac{|z| \cdot |-z| \cdot |\bar{z}|}{16}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) –4
B) 2
C) 4
D) 8
E) 16

9. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$\left| \frac{x - yi}{x + yi} \right|$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) x – y
B) x + y
C) x·y
D) $\sqrt{x \cdot y}$
E) 1

kareköK

10. $\left|\dfrac{(2-3i)(3+4i)}{3+2i}\right|$

ifadesinin değeri kaçtır?

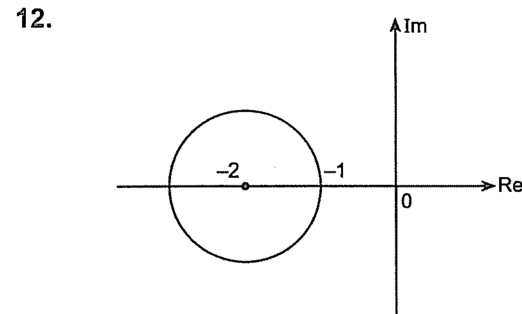
A) 5 B) 4 C) 3 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{3}$

11. $|z| = |z - 4i|$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Yarıçapı 4 birim olan çember
B) Orijinden geçen bir doğru
C) Eğimi 4 olan bir doğru
D) Sanal eksene dik bir doğru
E) Reel eksene dik bir doğru

12.



Yukarıdaki şekilde M(–2, 0) olan ve (–1, 0) noktasından geçen çemberin grafiği verilmiştir.

Buna göre, şekildeki çember aşağıdakilerden hangisinin geometrik yeridir?

A) $|z - 2| = 1$ B) $|z - 1| = 2$
C) $|z + 2| = 1$ D) $|z + 1| = 2$
E) $|z - 2| = 2$

13.

Im, Re, $\frac{2\pi}{9}$, 3, z

Yukarıdaki şekilde kutupsal koordinatları verilen z karmaşık sayısının kutupsal biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3cis\frac{2\pi}{9}$ B) $3cis\frac{4\pi}{9}$ C) $3cis\frac{29\pi}{18}$
D) $3cis\frac{3\pi}{2}$ E) $3cis\frac{31\pi}{18}$

14. $z_1 = 3(\cos 70° + i\sin 70°)$
$z_2 = \cos 10° + i\sin 10°$

olduğuna göre, $z_1^2 \cdot z_2^4$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –9i B) –3i C) –9 D) –3 E) 9i

15. $z = 2(\cos 40° - i\sin 40°)$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 340 B) 320 C) 300 D) 280 E) 260

16. $z = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, z^{12} aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

karekök

1 A 2 C 3 A 4 E 5 D 6 A 7 B 8 C 9 E 10 A 11 D 12 C 13 E 14 C 15 B 16 B

1. n pozitif bir tam sayı olmak üzere,

i^{16n+6}

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

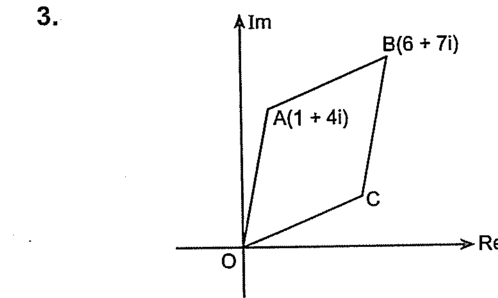
2. m ve n birer gerçel sayı olmak üzere,

$\sqrt{-25} + \sqrt{36} = a - bi$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{6}{5}$ C) –1 D) 1 E) $\frac{6}{5}$

3.



Yukarıdaki şekilde verilen OABC paralelkenarında C noktasına karşılık gelen karmaşık sayı aşağdakilerden hangisidir?

A) 6 + 2i B) 5 + 2i C) 6 + 3i
D) 5 + 3i E) 3 + i

4. $z = \cos x - i \cdot \sin x$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

A) cosx B) sinx C) tanx D) 1 E) 2

5. m gerçel sayı olmak üzere,

$x^3 + 3mx^2 + x + 6 = 0$

denkleminin köklerinden biri $x_1 = i$ dir.

Buna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z_1 = 1 - i$
$z_2 = 2 + 2i$

olduğuna göre, $z_1^{40} \cdot z_2^{50}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^{100} B) $2^{100} \cdot i$ C) -2^{100} D) 2^{95} E) $2^{95} \cdot i$

7. $i = \sqrt{-1}$, a reel sayı ve z karmaşık sayı olmak üzere,

$\bar{z} + z = 24 + (a - 3)i$
$z - \bar{z} = 6ai$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

A) 10 B) 13 C) 15 D) 17 E) 20

8. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z = \dfrac{2+i}{a-4i}$ ve $|\bar{z}| = \dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

karekök

9. $\bar{z}\cdot z - 3|z| = 4$

olduğuna göre, $|z| + |\bar{z}|$ toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

10. **f, g: C → C birer fonksiyon ve,**

$f(z) = |z|$

$g(z) = 2z + 1$

olduğuna göre, (fog)(1 – i) ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{15}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{10}$ E) 3

11. $z = 1 - i$

olduğuna göre, $|z^6\cdot(z + 1 - i)^4|$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2^{10} B) 2^9 C) 2^8 D) 2^6 E) 2^4

12. $z^2 - (1 + 2i)z + (4 - 3i) = 0$

denkleminin kökleri z_1 ve z_2 dir.

Buna göre, $\left|\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right|$ değeri kaçtır?

A) 25 B) 5 C) $\sqrt{5}$ D) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{1}{5}$

13. $z_1 = \sqrt{3} + i$

$z_2 = -1 + i$

olduğuna göre, $\frac{z_1^{10}}{z_2^{6}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^6cis270° B) 2^7cis300° C) 2^8cis240° D) 2^9cis330° E) 2^7cis210°

14. $z = 2\text{cis}\frac{4\pi}{3}$

karmaşık sayısının standart biçimde yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1 - \sqrt{3}i$ B) $-1 + \sqrt{3}i$ C) $1 - \sqrt{3}i$ D) $\sqrt{3} - i$ E) $-\sqrt{3} - i$

15. $\text{Arg}(z_1) = 40°$

$\text{Arg}(z_2) = 100°$

olduğuna göre, $\text{Arg}\left(\frac{z_1^{6}}{z_2^{2}}\right)$ kaç derecedir?

A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

16. $z = \cos 160° + i\cdot\sin 160°$

olduğuna göre, –z karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 300 B) 310 C) 320 D) 330 E) 340

karekök

1 B 2 B 3 D 4 D 5 B 6 E 7 C 8 B 9 D 10 C 11 B 12 D 13 E 14 A 15 C 16 E

1. $4x^2 + 64 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2i, 2i} B) {–3i, 3i} C) {–4i, 4i} D) {–4i} E) {2i}

2. **$i = \sqrt{-1}$ ve n pozitif tam sayı olmak üzere,**

$\frac{i^{8n-1} + i^{4n}}{i^{4n+1}}$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) i B) –i C) 1 D) 1 – i E) –1 – i

3. **$i^2 = -1$ olmak üzere,**

$(1 + i)^6\cdot(1 - i)^6$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) –128 B) –64 C) –32 D) 32 E) 64

4. **z = a + bi olmak üzere,**

$|z + 1| = |z - 2 + i|$

olduğuna göre, z nin karmaşık düzlemdeki geometrik yerinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2a – b + 1 = 0 B) 2a + b – 2 = 0 C) 3a – b – 2 = 0 D) 3a – 2b + 1 = 0 E) a – 3b – 4 = 0

5. **$i^2 = -1$ olmak üzere,**

$z = (3 + 4i)(5 - 12i)$

olduğuna göre, |z| kaçtır?

A) 15 B) 20 C) 26 D) 35 E) 65

6. $\frac{2 + 3i}{2 - 3i} - \frac{2 - 3i}{2 + 3i}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{13}{24}$ B) $\frac{24}{13}$ C) $\frac{13}{24}$ D) $\frac{24i}{13}$ E) $\frac{13i}{24}$

7. $\bar{z} - 3i = 2z + 3$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 – i B) 2 + i C) –3 – i D) –3 + 2i E) –3 – 2i

8. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$i^5 + i^7 + i^9 + i^{11}$

toplamının sanal kısmı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

9. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

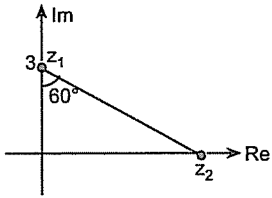
$z(4 - i) = 7 - 6i$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 – i B) 3 + i C) 2 – i D) 2 + i E) i

karekök

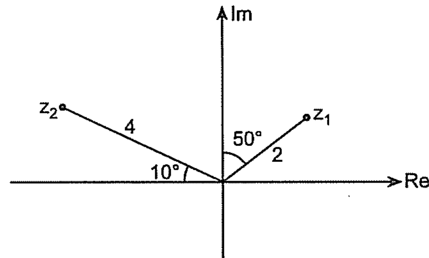
10.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, $\dfrac{z_1^2}{z_2}$ oranı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) 0 D) $\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3}$

11.



Yukarıda verilen karmaşık düzlemde z_1 ve z_2 karmaşık sayıları gösterilmiştir.

Buna göre, $z_1 \cdot z_2$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2\sqrt{3} + 2i$ B) $-2\sqrt{3} - 4i$ C) $-4\sqrt{3} - 4i$
D) -4 E) $4\sqrt{3}$

12. $z = 4(\cos 240° + i \cdot \sin 240°)$

Buna göre, arg(–z) kaç derecedir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 150 E) 180

13. $z = \dfrac{16}{\overline{z}}$ ve $\text{Arg}(z) = \dfrac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, Re(z) kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\text{Arg}(-2 + i) = x$

olduğuna göre, tanx kaçtır?

A) –2 B) –1 C) $-\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{1}{2}$ E) 2

15. Bir ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri sırasıyla A°, B°, C° ve D° dir.

$z_1 = \text{cis}A°$
$z_2 = 2\text{cis}B°$
$z_3 = 3\text{cis}C°$
$z_4 = 4\text{cis}D°$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4$ çarpımı kaçtır?

A) –24 B) –12 C) 4 D) 12 E) 24

16. I. $2 \cdot \text{cis}30°$
II. $2 \cdot \text{cis}150°$
III. $2 \cdot \text{cis}240°$
IV. $2 \cdot \text{cis}270°$

Yukarıdakilerden hangileri z = 8i karmaşık sayısının küpköklerindendir?

A) I ve II B) I ve III C) I, II ve III
D) I, II ve IV E) III ve IV

1 C 2 E 3 E 4 C 5 E 6 D 7 C 8 C 9 C 10 B 11 C 12 B 13 A 14 C 15 E 16 D

1. **$i^2 = -1$ olmak üzere,**

$z = i(i - 1) - (1 - i)^2 + 2i - 3$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2i - 3$ B) $-2 + 3i$ C) $3 + 4i$
D) $-4 + 3i$ E) $-4 - 2i$

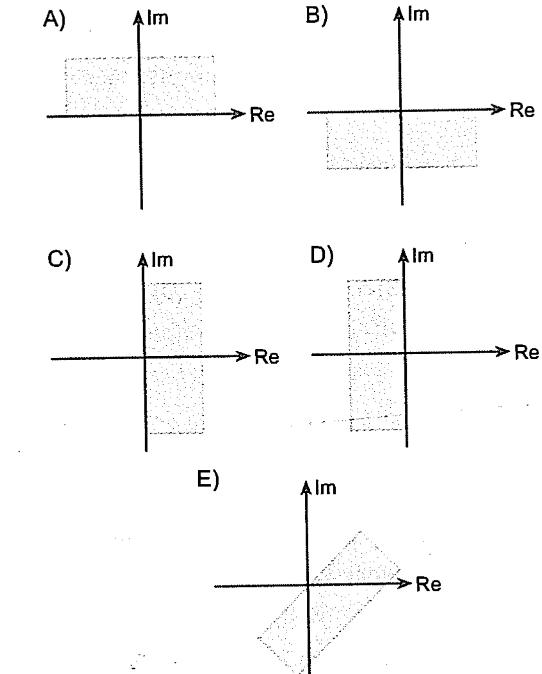
2. $(z - 1)(1 - i) = -1 - i$

olduğuna göre, z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - i$ B) $1 + i$ C) $-1 - i$
D) $2 - i$ E) $2 + i$

3. x ve y gerçel sayılar olmak üzere, z = x + yi karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, $\left|\dfrac{z-1}{z+1}\right| \leq 1$ ifadesinin karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



4. $z_1 = 8 - 5i$
$z_2 = 5 - 2i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 3 B) $3\sqrt{2}$ C) 5 D) $\sqrt{30}$ E) 6

5. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$(1 - i)^2 + 4(1 + i)^{-2}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –4i B) –2i C) 0 D) 2i E) 4i

6. $z = -1 + i$

olduğuna göre, z^{-1} karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i \cdot \sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

B) $\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\dfrac{3\pi}{4}\right)$

C) $\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{5\pi}{4} + i \cdot \sin\dfrac{5\pi}{4}\right)$

D) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i \cdot \sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

E) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\dfrac{5\pi}{4} + i \cdot \sin\dfrac{5\pi}{4}\right)$

7. $z = 1 - \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{i}}$

olduğuna göre, $\overline{z}$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{1+i}{2}$ B) $\dfrac{-1+i}{2}$ C) $\dfrac{1-i}{2}$ D) $\dfrac{-1-i}{2}$ E) $-\dfrac{1}{2}$

8. $|z| \leq 1$ olmak üzere,

$|z - 5 + 12i|$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

9. $z = x + yi$ olmak üzere,

$|z - 3 + 4i| \leq 4$

eşitsizliğinin karmaşık düzlemde gösterdiği bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 9π B) 16π C) 25π D) 36π E) 64π

10. $z = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 9·cis120° B) 9·cis150° C) 3·cis120° D) 3·cis150° E) 3·cis210°

11. $z_1 = 2(\cos 85° + i \cdot \sin 85°)$

$z_2 = 6(\cos 55° + i \cdot \sin 55°)$

$z_3 = 3(\cos 110° + i \cdot \sin 110°)$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{3} + i$ B) $\sqrt{3} - i$ C) $2\sqrt{3} + 2i$ D) $2\sqrt{3} - 2i$ E) $\sqrt{3} + 2i$

12. $z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{5} + i \cdot \sin\frac{2\pi}{5}\right)$

karmaşık sayısı için z^{-5} aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{i}{32}$ E) $\frac{i}{16}$

13. $z = \cos\frac{\pi}{3} + i \cdot \sin\frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, Arg(–i·z) kaç radyandır?

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{3}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

karekök

14. $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,

$z_1 = (3, 32°)$ ve $z_2 = (4, 58°)$

olduğuna göre, $z_1 \cdot z_2$ çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –12i B) –12 C) 1 D) 12 E) 12i

15. $z_1 = 4(\cos 130° + i \cdot \sin 130°)$

$z_2 = 3(\cos 40° + i \cdot \sin 40°)$

olduğuna göre, $|z_1 - z_2|$ kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 8 D) 10 E) 13

($|z_1 - z_2|$ ifadesi z_1 ile z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklığa eşittir.)

16. z karmaşık sayısının karmaşık düzlemdeki görüntüsü III. bölgede olduğuna göre, i·z karmaşık sayısının görüntüsü kaçıncı bölgededir?

A) I. bölge B) II. bölge C) III. bölge D) IV. bölge E) Reel Eksen

1 D 2 A 3 C 4 B 5 A 6 E 7 C 8 C 9 B 10 C 11 C 12 A 13 E 14 E 15 B 16 D

İDEAL SINAV

Adı:
Soyadı:
Tarih: / /

A KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $a < b < 0$ olmak üzere,

$z = \sqrt{a-b} + i \cdot \sqrt{b-a}$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, Re(z) – Im(z) farkını bulunuz.

Cevap: ☐

2. $z_1 = i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot \ldots \cdot i^{20}$

$z_2 = i + i^2 + i^3 + \ldots + i^{20}$

olduğuna göre, $z_1 + z_2$ toplamını bulunuz.

Cevap: ☐

3. $A = \{z : z \in C, |z| < 2 \text{ ve } |z + 2i| > 2\}$

kümesini karmaşık düzlemde taralı olarak gösteriniz.

Cevap: ☐

4. $z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{7}i$

$z_2 = 4 - 3i$

olduğuna göre, $|z_1 \cdot z_2|$ yi bulunuz.

Cevap: ☐

5. $f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2$

olduğuna göre, f(1 – i) değeri kaçtır?

Cevap: ☐

B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $z = (1 - 3i)(3 - i)(-2i)$

olduğuna göre, $|z| + |\overline{z}|$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 36 E) 40

2. $\dfrac{\cos 215° + i \cdot \sin 215°}{\cos 95° + i \cdot \sin 95°}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ D) $-1 + \sqrt{3}i$ E) $-1 + \sqrt{3}i$

3. a bir reel sayı olmak üzere,

$z + a - 2i = 3 + ai$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının argümenti θ dır ve $\tan\theta = -2$ dir.

Buna göre, a aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $z = 2\text{cis}75°$

karmaşık sayısının orijin etrafında negatif yönde 30° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayının sanal kısmı kaçtır?

A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) 1

5. **$i = \sqrt{-1}$ olmak üzere,**

$z = 3 - 4i$

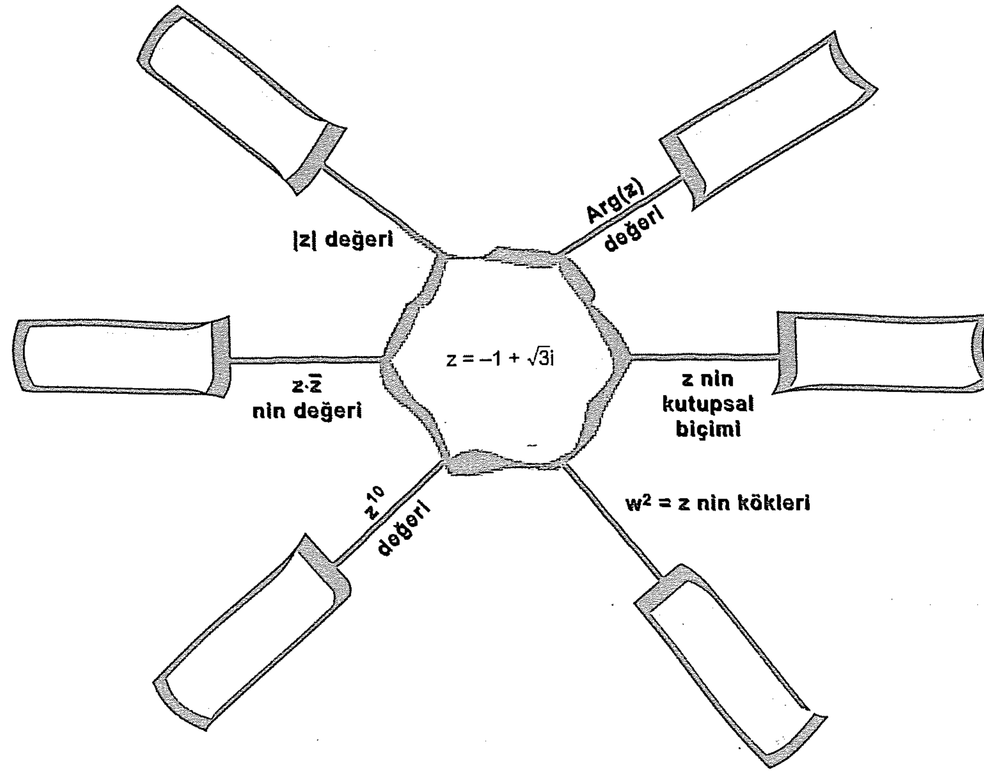
karmaşık sayısının karekökleri z_0 ve z_1 olduğuna göre, $z_0 \cdot z_1$ karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 + 4i B) –3 – 4i C) 3 – 4i D) 4 – 3i E) –4 + 3i

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 15 dk.

1. **Aşağıdaki şekilde ortada verilen z karmaşık sayısına göre, kollarındaki soruları cevaplandırıp uçlarındaki kutulara yazınız.**



2. **Aşağıda verilen x değerlerini fonksiyonlarda yerine yazarak tabloyu doldurunuz.**

z_1	z_2	z_3	$z_1 \cdot z_2$	$z_1 + z_2 - z_3$	$\frac{z_1}{z_2}$	$\left\lvert \frac{z_1 \cdot z_2}{z_3} \right\rvert$
$1 - i$	$1 + i$	$2 - i$				
1	$1 + 2i$	i				
$-3i$	-2	$2 + i$				

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Önerilen süre: 20 dk.

(1.) $\bar{z} = 1 - 3i$ ise, z nin değeri

(2.) $\frac{1 - 2i}{1 + i}$ karmaşık sayısının reel kısmı

(3.) $z_1 = 2 + 5i$, $z_2 = 1 + 3i$, $\bar{z}_1$ ve z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık

(4.) $z_1 = 1 + i$, $Arg(z_1 \cdot z_2) = 120°$ ise $Arg(z_2)$ nin değeri

- $\sqrt{5}$
- $75°$
- $-\frac{1}{2}$
- $1 + 3i$

E DOĞRU VEYA YANLIŞ TESTİ

Aşağıda verilen ifadelerin doğru veya yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

	Doğru	Yanlış
1. $|z - 2| = 3$ eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi $(x - 2)^2 + y^2 = 9$ dur.	☐	☐
2. $z = (1 + \sqrt{3}i)^2$ ise $|z| = 8$ dir.	☐	☐
3. $\frac{i}{\cos 35° + i \cdot \sin 35°}$ ifadesinin eşiti cis55° dir.	☐	☐
4. $z^2 = 2 - 2\sqrt{3}i$ denkleminin köklerinden biri 2cis330° dir.	☐	☐

ÇÖZÜMLER

A) Açık uçlu soruların cevapları

1. $a < b < 0$ olmak üzere,

$z = \sqrt{a-b} + i \cdot \sqrt{b-a} \Rightarrow$

$z = \sqrt{-(b-a)} + i \cdot \sqrt{b-a} \Rightarrow$

$z = i \cdot \sqrt{b-a} + i \cdot \sqrt{b-a} \Rightarrow$

$z = i \cdot 2\sqrt{b-a}$ olur.

$Re(z) - Im(z) = 0 - 2\sqrt{b-a} = -2\sqrt{b-a}$ bulunur.

2. $z_1 = i \cdot i^2 \cdot \ldots i^{20} = i^{1+2+\ldots+20} \Rightarrow$

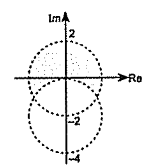
$= i^{\frac{20 \cdot 21}{2}} = i^{210} = i^2 = -1$ olur.

$z_2 = i^1 + i^2 + i^3 + i^4 + \ldots + i^{20} \Rightarrow$

$z_2 = i + (-1) + (-i) + 1 + \ldots + 1$

Ardışık dört terimin toplamı 0 dır. 20 terim olduğundan $z_2 = 0$ dır.

$z_1 + z_2 = -1 + 0 = -1$ bulunur.

3. 

$|z| < 2$ eşitsizliğinde M(0, 0) ve yarıçapı 2 br olan çemberin iç kısmı taranır.

$|z + 2i| > 2$ eşitsizliğinde M(0, –2) ve yarıçapı 2 br olan çemberin dış kısmı taranır.

4. $|z_1| = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{7})^2} = 3$

$|z_2| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$

$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| = 3 \cdot 5 = 15$ olur.

5. $f(1-i) = (1-i)^4 + (1-i)^3 - 2 \cdot (1-i)^2$

$= ((1-i)^2)^2 + (1-i)^2 \cdot (1-i) - 2 \cdot (-2i)$

$= (-2i)^2 + (-2i) \cdot (1-i) + 4i$

$= -4 - 2i - 2 + 4i$

$= -6 + 2i$ olur.

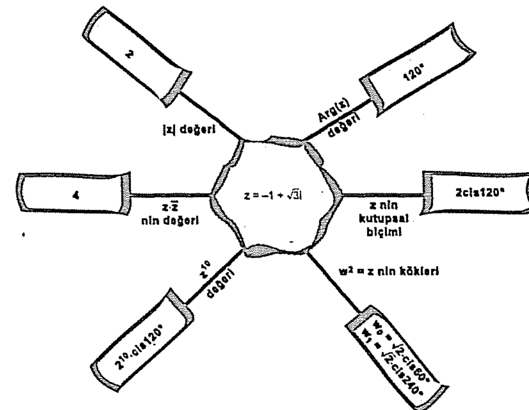
B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. E 2. B 3. D 4. D 5. A

karekök

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1.



2.

z_1	z_2	z_3	$z_1 \cdot z_2$	$z_1 + z_2 - z_3$	$\frac{z_1}{z_2}$	$\left\lvert\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}\right\rvert$
$1-i$	$1+i$	$2-i$	2	i	$-i$	$\frac{2}{\sqrt{5}}$
1	$1+2i$	i	$1+2i$	$2+i$	$\frac{1-2i}{5}$	$\sqrt{5}$
$-3i$	-2	$2+i$	$6i$	$-4-4i$	$\frac{3i}{2}$	$\frac{6}{\sqrt{5}}$

D) Doğru cevap ile eşleştirme

(1.) $\bar{z} = 1 - 3i$ ise, z nin değeri

(2.) $\frac{1-2i}{1+i}$ karmaşık sayısının reel kısmı

(3.) $z_1 = 2 + 5i$, $z_2 = 1 + 3i$; $\bar{z}_1$ ve $\bar{z}_2$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık

(4.) $z_1 = 1 + i$, $Arg(z_1 \cdot z_2) = 120°$ ise $Arg(z_2)$ nin değeri

$\sqrt{5}$

$75°$

$-\frac{1}{2}$

$1 + 3i$

E) 1. Doğru 2. Yanlış 3. Doğru 4. Doğru



Kuşbakışı



Sanal Sayı

$\sqrt{-1}$ sayısına sanal sayı (imajiner sayı) denir.

$i = \sqrt{-1}$ veya $i^2 = -1$ ile gösterilir.

i'nin Kuvvetleri

i nin kuvveti n tam sayısı olsun, n 4 ile bölündüğünde;

kalan 0 ise $i^n = 1$

kalan 1 ise $i^n = i$

kalan 2 ise $i^n = -1$

kalan 3 ise $i^n = -i$

Karmaşık Sayının Tanımı

a ve b birer gerçel sayı ve $i = \sqrt{-1}$ olmak üzere, $z = a + bi$ şeklinde ifade edilen z sayısına karmaşık (kompleks) sayı denir.

Karmaşık sayılar kümesi C ile gösterilir.

$z = a + bi$ karmaşık sayısında a'ya karmaşık sayının reel (gerçel) kısmı, b'ye karmaşık sayının imajiner (sanal) kısmı denir.

$z = a + bi$ ise

$Re(z) = a$ ve $Im(z) = b$ şeklinde gösterilir.

İki Karmaşık Sayının Eşitliği

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di$ olsun.

$z_1 = z_2$ ise $a = c$ ve $b = d$ dir.

Karmaşık Sayının Eşleneği ve Özellikleri

z karmaşık sayısının eşleniği $\bar{z}$ ile gösterilir.

$z = a + bi$ ise $\bar{z} = a - bi$ dir.

$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$

$\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$

$\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

$\overline{(z_1)^n} = (\bar{z}_1)^n$

Karmaşık Sayının Mutlak Değeri ve Özellikleri

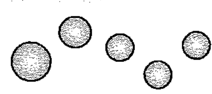
Karmaşık düzlemde, bir karmaşık sayıya karşılık gelen noktanın başlangıç noktasına olan uzaklığına bu sayının mutlak değeri veya modülü denir. z karmaşık sayısının mutlak değeri $|z|$ ile gösterilir.

$z = a + bi$ ise $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ dir.

• $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ • $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

• $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ • $|z^n| = |z|^n$

• $|\sqrt[n]{z}| = \sqrt[n]{|z|}$

Kuşbakışı

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di$ olsun.
z_1 ve z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık,

$|z_1 - z_2| = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ dır.

Geometrik Yeri Çember Olan Karmaşık Sayılı Denklemler

$|z - z_0| = r$ denklemi karmaşık düzlemde, merkezi z_0, yarıçapı r olan çember belirtir.

Kutupsal Koordinatlar

$z = a + bi$ karmaşık sayısında,
$\arg(z) = \alpha$ ise
z karmaşık sayısının kutupsal koordinatları $(|z|, \alpha)$ dır.

Karmaşık Sayının Kutupsal Biçimi

$z = a + bi$ karmaşık sayısında,
$\arg(z) = \alpha$ ise
$z = |z|\cdot(\cos\alpha + i\cdot\sin\alpha)$ dır.

Argümentin Tanjantı

$z = a + bi$ karmaşık sayısında,
$\arg(z) = \alpha$ ise
$\tan\alpha = \frac{b}{a}$ dır.

De'Moivre Kuralı

$z_1 = |z_1|\cdot(\cos\alpha + i\cdot\sin\alpha)$
$z_2 = |z_2|\cdot(\cos b + i\cdot\sin b)$
$z_1\cdot z_2 = |z_1|\cdot|z_2|\cdot(\cos(\alpha+\beta) + i\cdot\sin(\alpha+\beta))$
$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|}\cdot(\cos(\alpha-\beta) + i\cdot\sin(\alpha-\beta))$
$z_1^n = |z_1|^n\cdot(\cos(n\cdot\alpha) + i\cdot\sin(n\cdot\alpha))$

Karmaşık Sayının Kökleri

$w = |z|\cdot[\cos(\theta + k\cdot 2\pi) + i\cdot\sin(\theta + k\cdot 2\pi)]$
ve $n \in N^+$ olmak üzere, $z^n = w$ denkleminin kökleri

$w_k = \sqrt[n]{|z|}\left[\cos\left(\frac{\theta + k\cdot 2\pi}{n}\right) + i\cdot\sin\left(\frac{\theta + k\cdot 2\pi}{n}\right)\right]$

eşitliğinde k yerine 0, 1, 2,....,(n – 1) yazılarak bulunur.

